Yeni Sınav Sistemine Göre Hazırlanmıştır

Öğreten matematik Fasikülleri

KARMAŞIK SAYILAR

KONU ANLATIMLI

- Hücreleme Tekniği ile Anlatılmış 51 Bölüm
- Öğreten 169 Çözümlü Örnek
- Öğreten 51 Mini Test
- 3'ü Çözümlü 28 Tarama Testi ve 850 Soru
- Üniversite Giriş Sınavlarında Çıkmış Sorular

Bu kitap, Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı'nın en son kararı ile belirlenen ortaöğretim matematik dersi programına göre hazırlanmıştır.

Güray KÜÇÜK

GÜR

SUNUŞ

Sevgili Öğrenciler,

Önünüzde geleceğinizi belirleyecek olan zor bir sınav var. Bu sınavın her zamanki zorluğu yanında artık sınavın 2 aşamalı olması üniversite sınavını daha da zor bir hale getirdi. Ben de öğrencilerin her zaman başarısını artırmayı hedef alan bir eğitimci olarak, sizlere yeni sınav sisteminde başarıda belirleyici ve en fazla sorunun beklendiği alanlarda "ÖĞRETEN FASİKÜLLER" serisini çıkarmayı uygun gördüm.

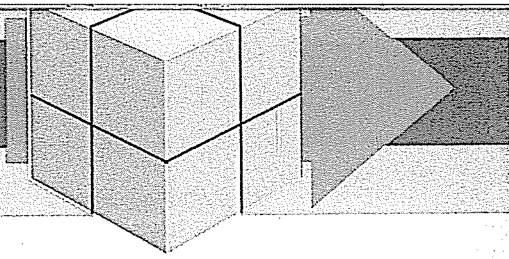
Bu fasikülde; konuyu öğrencinin basit olarak anlayıp kavraması için hücreleme tekniği ile konu anlatımları, çok sayıda öğreten soruların çözümlerini her hücre ile ilgili öğreten mini test ve çok sayıda test yer almaktadır. Karmaşık sayılar konusunu bu teknik konu anlatımıyla siz en iyi şekilde kavrayacaksınız.

Bu fasikül, ülkemizde fasikül olarak ilk defa hücreleme tekniğiyle tarafımdan hazırlanmış olup; sizin başarınız sonraki çalışmalarımda da size en iyiyi vermek için beni gayretlendirecektir.

Hepinize iyi çalışmalar, dileğiniz gerçek olsun!

Sevgilerimle,

Güray KÜÇÜK



İçindekiler



guryayinlari.com
guraykucuk.com

Öğreten Matematik Fasikülleri

Karmaşık Sayılar

$x^2+4=0$ denkleminin reel sayılardaki çözüm kümesi $\varnothing$ dir.

Çünkü $x^2+4=0 \Rightarrow x^2=-4$ ve $x=\mp\sqrt{-4} \notin R$ dir.

Bu tür denklemlerin çözümünün olması için karesi –1 olan sayıya i^2 diyelim.

O halde,

$$x^2+4=0 \Rightarrow x^2=-4$$
$$x^2=i^2 \cdot 4$$
$$x=\mp 2i \text{ dir.}$$

Burada $\sqrt{-1}$ sayısına **sanal (imajiner)** sayı birimi denir ve $i=\sqrt{-1}$ veya $i^2=-1$ şeklinde gösterilir.

ÖĞRETEN SORU – 1

Aşağıdaki sayıların imajiner sayı birimi şeklindeki eşitlikleri nedir?

a. $\sqrt{-9}$ **b.** $\sqrt{-8}$ **c.** $\sqrt{-48}$

Çözüm:

a. $\sqrt{-9}=\sqrt{9(-1)}=\sqrt{9 \cdot i^2}=3i$ dir.

b. $\sqrt{-8}=\sqrt{8(-1)}=\sqrt{8 \cdot i^2}=2\sqrt{2}i$ dir.

c. $\sqrt{-48}=\sqrt{48(-1)}=\sqrt{48 \cdot i^2}=4\sqrt{3}i$ dir.

ÖĞRETEN SORU – 2

$\sqrt{-4}+\sqrt{-1}+\sqrt{-25}$

işleminin sonucu nedir?

Çözüm:

$$\sqrt{-4}+\sqrt{-1}+\sqrt{-25}=\sqrt{4(-1)}+\sqrt{-1}+\sqrt{25(-1)}$$
$$=\sqrt{4 \cdot i^2}+\sqrt{i^2}+\sqrt{25 \cdot i^2}$$
$$=2i+i+5i$$
$$=8i \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 3

$\sqrt{-25} \cdot \sqrt{-4}$

işleminin sonucu nedir?

Çözüm:

$$\sqrt{-25} \cdot \sqrt{-4}=\sqrt{25(-1)} \cdot \sqrt{4(-1)}$$
$$=\sqrt{25 \cdot i^2} \cdot \sqrt{4 \cdot i^2}$$
$$=(5 \cdot i) \cdot (2 \cdot i)=10i^2=10(-1)=-10 \text{ dur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 1

1. $\sqrt{-18} \cdot \sqrt{-2}$

işleminin sonucu nedir?

A) 6 B) –6i C) –6 D) 6i E) –3

2. $\sqrt{-1} \cdot \sqrt{-9} \cdot \sqrt{-36}$

işleminin sonucu nedir?

A) –18i B) –18 C) 18 D) –6i E) 18i

3. $-\sqrt{-9}-\sqrt{-36}+\sqrt{-16}$

işleminin sonucu nedir?

A) 5 B) –5i C) 5i D) –5 E) –10i

4. $\sqrt{-100}-\sqrt{-36}$

işleminin sonucu nedir?

A) 16i B) –16i C) 6i D) 4i E) –4i

5. $\sqrt{-16}+\sqrt{-4} \cdot \sqrt{-16}+\sqrt[3]{-27}$

işleminin sonucu nedir?

A) 3 + 4i B) –11 + 4i C) 2 + 4i D) –3 – 4i E) 3 – 4i

1–C 2–A 3–B 4–D 5–B

Karmaşık Sayıların Reel ve Sanal (İmajiner) Kısmı

TANIM: a, b ∈ R ve $i=\sqrt{-1}$, $(i^2=-1)$ olmak üzere, $a+bi$ biçimindeki sayılara karmaşık sayılar denir. Karmaşık sayılar kümesi C ile gösterilir.

$C=\{z : z=a+bi \text{ ve } a,b\in R\}$ dir.

$z=a+bi$ karmaşık sayısında

➤ a ya z karmaşık sayısının **reel** (gerçel) kısmı denir.

Re(z) = a dır.

➤ b ye z karmaşık sayısının **imajiner** (sanal) kısmı denir.

İm(z) = b dir.

ÖĞRETEN SORU – 4

Aşağıda karmaşık sayıların reel ve imajiner kısımları bulunmuştur. İnceleyiniz.

ÇÖZÜM:

1. **z = 4 – 2i** karmaşık sayısının;
   Re(z) = 4 ve İm(z) = –2 dir.
2. **z = –3 + 5i** karmaşık sayısının;
   Re(z) = –3 ve İm(z) = 5 tir.
3. $z=\frac{1}{3}+\frac{2}{5}i$ karmaşık sayısının;
   $Re(z)=\frac{1}{3}$ ve $İm(z)=\frac{2}{5}$ tir.
4. **z = 4** karmaşık sayısının;
   Re(z) = 4 ve İm(z) = 0 dır.
5. **z = –2i** karmaşık sayısının;
   Re(z) = 0 ve İm(z) = –2 dir.

ÖĞRETEN SORU – 5

z = –5 + 6i ve w = 2 – 7i

olduğuna göre, Re(w) – İm(z) kaçtır?

ÇÖZÜM:

z = –5 + 6i ⇒ İm(z) = 6

w = 2 – 7i ⇒ Re(w) = 2 dir.

Bu durumda, Re(w) – İm(z) = 2 – 6 = –4 bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 2

1. z = –6 + 4i ve w = 3 – 5i
   olduğuna göre, **Re(w) + İm(z) kaçtır?**
   A) –11 B) –3 C) –1 D) 7 E) 8

2. $i=\sqrt{-1}$ olmak üzere;
   $z=-3+\sqrt{-5}$
   olduğuna göre, **İm(z) – Re(z) farkı kaçtır?**
   A) $3-\sqrt{5}$ B) $-3+\sqrt{5}$ C) $3+\sqrt{5}$ D) 8 E) –8

3. z = 5 + 4i , w = –3i ve m = –6
   olduğuna göre, **Re(z) • İm(w) + Re(m) kaçtır?**
   A) –23 B) –21 C) –19 D) –18 E) –15

4. $z_1=m-4+6i$, $z_2=7+(n-4)i$
   $Re(z_1)=Re(z_2)$ ve $İm(z_1)=İm(z_2)$
   olduğuna göre, **m • n kaçtır?**
   A) 70 B) 80 C) 90 D) 100 E) 110

5. $z_1=a+b-9i$, $z_2=2a-b-12i$
   $Re(z_1)=İm(z_2)$ ve $Re(z_2)=İm(z_1)$
   olduğuna göre, **a • b kaçtır?**
   A) 21 B) 27 C) 33 D) 35 E) 42

1–D 2–C 3–B 4–E 5–D

"i" Sayısının Kuvvetleri – 1

n ∈ N olmak üzere i nin kuvvetleri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$i=\sqrt{-1}$, $i^0=1$, $i^1=i$

$i^2=-1$

$i^3=i^2\cdot i=-1\cdot i=-i$

$i^4=i^2\cdot i^2=(-1)\cdot(-1)=1$

$i^5=i^4\cdot i=1\cdot i=i$

$i^6=i^4\cdot i^2=1\cdot(-1)=-1$

$i^7=i^4\cdot i^3=1\cdot(-i)=-i$

$i^8=i^4\cdot i^4=1\cdot 1=1$ olur.

Buradan;

$i^{4n}=(i^4)^n=1^n=1$

$i^{4n+1}=i^{4n}\cdot i=(i^4)^n\cdot i=1^n\cdot i=i$

$i^{4n+2}=i^{4n}\cdot i^2=(i^4)^n\cdot i^2=1^n\cdot(-1)=-1$

$i^{4n+3}=i^{4n}\cdot i^3=(i^4)^n\cdot i^3=1^n\cdot(-i)=-i$

UYARI : i sayısının herhangi bir kuvveti bulunurken bu kuvvetin 4 ile bölümünden kalan i 'nin kuvveti olarak alınır.

ÖĞRETEN SORU – 6

i^{395} değeri nedir?

ÇÖZÜM:

395 | 4 → 392 | 98, kalan 3 ⇒ $i^{395}=i^{4\cdot 98+3}=(i^4)^{98}\cdot i^3=i^3=-i$

bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 7

$\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+i^{-2004}$ **işleminin sonucu nedir?**

ÇÖZÜM:

$\frac{1}{i}=i^{-1}=i^{-1+4}=i^3=-i$

$\frac{1}{i^2}=i^{-2}=i^{-2+4}=i^2=-1$

$\frac{1}{i^3}=i^{-3}=i^{-3+4}=i^1=i$

$i^{-2004}=i^{-2004+2004}=i^0=1$

$\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+i^{-2004}=-i-1+i+1=0$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 3

1. $i^{12}+i^{29}+i^{17}-i^7$
   işleminin sonucu nedir?
   A) 2 – i B) 1 + 3i C) 2 + 4i D) 2i E) 2 + 3i

2. $i^{2001}-i^{2010}+i^{2019}$
   işleminin sonucu nedir?
   A) –1 B) 1 C) i D) 2i E) 2

3. $i^{-14}+i^{-15}+i^{-16}-i^{-17}$
   işleminin sonucu nedir?
   A) –i B) –2i C) 2 D) 2i E) –2

4. $2i^{13}-4i^{-19}+6i^{45}-3i^{-11}$
   işleminin sonucu nedir?
   A) i B) –i C) 2i D) –2i E) 3i

5. $\frac{i^{-6}+i^{-7}}{-i^{-8}-i^{-1}}$
   işleminin sonucu nedir?
   A) –i B) –1 C) i D) 1 E) i^{-1}

1–B 2–B 3–D 4–A 5–D

" i " Sayısının Kuvvetleri – 2

ÖĞRETEN SORU – 8

$n \in N$ olmak üzere;

$i^{4n+2} + i^{8n+3} + i^{20n+1}$

işleminin sonucu nedir?

Çözüm:

$i^{4n+2} + i^{8n+3} + i^{20n+1} = i^{4n} \cdot i^2 + i^{8n} \cdot i^3 + i^{20n} \cdot i^1$

$= 1 \cdot i^2 + 1 \cdot i^3 + 1 \cdot i^1$

$= i^2 + i^3 + i^1$

$= -1 - i + i$

$= -1$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 9

$P(x) = x^6 - 2x^3 - 3x^2 - 4x + 1$

olduğuna göre, P(–i) değeri nedir?

Çözüm:

$P(x) = x^6 - 2x^3 - 3x^2 - 4x + 1$

$\Rightarrow P(-i) = (-i)^6 - 2(-i)^3 - 3(-i)^2 - 4(-i) + 1$

$\Rightarrow P(-i) = i^6 - 2(-i^3) - 3i^2 + 4i + 1$

$\Rightarrow P(-i) = i^2 + 2i^3 - 3i^2 + 4i + 1$

$\Rightarrow P(-i) = -1 - 2i + 3 + 4i + 1$

$\Rightarrow P(-i) = 3 + 2i$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 10

$P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 10$

ifadesinde, P(3i + 1) değeri nedir?

Çözüm:

$P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 11$

$= (x - 1)^3 + 11$ ise,

$P(3i + 1) = (3i + 1 - 1)^3 + 11$

$= (3i)^3 + 11$

$= 27i^3 + 11$

$= -27i + 11$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 4

1. $n \in N$ olmak üzere,

$$\frac{i^{8n+1} \cdot i^{7n+8}}{i^{11n+6}}$$

işleminin sonucu nedir?

A) –i B) –1 C) 1 – i D) 1 E) i

2. $i^2 = -1$ olmak üzere,

$P(x) = x^5 - 3x^4 + 2x^2 - x - 3$

olduğuna göre, **P(i) nedir?**

A) –8i B) –6i C) –8 D) 8i E) 8

3. $i^2 = -1$ olmak üzere,

$f(x, y) = x^5 - xy^2 + y^2 + y^3 - 2x + 2$

olduğuna göre, **f(–i, i) nedir?**

A) 1 + i B) 1 – i C) 2 – i D) i E) –1 – i

4. $i^2 = -1$ olmak üzere,

$f(x) = (x - 2)^{32} - 5(2 - x)^{27}$

olduğuna göre, **f(i + 2) nin değeri nedir?**

A) 1 – 5i B) 2 – 3i C) 5 – 4i D) 2 – 3i E) 1 – 3i

5. $i^2 = -1$ olmak üzere,

$P(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 8$

ifadesinde P(4i – 1) değeri nedir?

A) 9 – 64i B) 9 + 64i C) –9 + 64i D) –9 – 64i E) 73

1–A 2–C 3–B 4–A 5–D

" i " Sayısının Kuvvetleri – 3

UYARI: i nin ardışık 4 kuvvetinin toplamı sıfırdır.

Örnek: $i^{40} + i^{41} + i^{42} + i^{43} = 0$

Örnek: $i^{13} + i^{14} + i^{15} + i^{16} = 0$ dır.

UYARI: **$n \in Z$ olmak üzere;**

$1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$

$1 + 3 + 5 + ... + (2n - 1) = n^2$

$2 + 4 + 6 + ... + 2n = n(n + 1)$

Terim sayısı = $\frac{\text{Son Terim} - \text{İlk Terim}}{\text{Artış Miktarı}} + 1$ dir.

ÖĞRETEN SORU – 11

$i^{33} + i^{34} + i^{35} + i^{36} + i^{37}$

toplamının eşiti nedir?

Çözüm:

$i^{33} = i^{4 \cdot 8+1} = (i^4)^8 \cdot i^1 = i$

$i^{34} = i^{4 \cdot 8+2} = (i^4)^8 \cdot i^2 = -1$

$i^{35} = i^{4 \cdot 8+3} = (i^4)^8 \cdot i^3 = -i$

$i^{36} = i^{4 \cdot 9} = (i^4)^9 = 1$

$i^{37} = i^{4 \cdot 9+1} = (i^4)^9 \cdot i = i$ olduğundan,

$i^{33} + i^{34} + i^{35} + i^{36} + i^{37} = i - 1 - i + 1 + i = i$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 12

$i^3 + i^4 + i^5 + i^6 + ... + i^{127}$

toplamının eşiti nedir?

Çözüm:

$i^3 + i^4 + i^5 + i^6 = 0$ olduğundan oluşturulacak her ardışık sıralı dörtlülerinin toplamı sıfır olacaktır.

Bu durumda 3 ten 127 ye kadar kaç tane ardışık sıralı dörtlü vardır bulmalıyız.

Terim sayısı = $\frac{127 - 3}{1} + 1 = 125$ terim vardır.

$125 = 4 \cdot 31 + 1$ olduğundan 31 tane sıralı 4 lü vardır. Bu dörtlülerin her birinin toplamı da sıfırdır.

$\underbrace{i^3 + i^4 + i^5 + i^6 + ... + i^{126}}_{0} + i^{127} = i^{127}$ olur.

$i^{127} = i^{4 \cdot 31+3} = (i^4)^{31} \cdot i^3 = -i$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 5

1. $i^{21} + i^{22} + i^{23} + i^{24} + i^{25} + i^{26}$

ifadesinin eşiti nedir?

A) –1 + i B) 1 + i C) i D) –2i E) –1 – i

2. $i + i^2 + i^3 + i^4 + ... + i^{36} + i^{37}$

ifadesinin eşiti nedir?

A) 0 B) –i C) i D) 2i E) 1

3. $$\frac{i^6 + i^7 + i^8 + i^9 + i^{10}}{i^7 + i^8 + i^9 + i^{10} + i^{11}}$$

işleminin sonucu nedir?

A) –1 B) i C) 1 D) 0 E) –i

4. $-i^3 - i^4 - i^5 - ... - i^{32} - i^{33}$

işleminin sonucu nedir?

A) –i B) –1 C) 1 D) 1 – 2i E) –1 + 2i

5. $-i^{-9} - i^{-10} - i^{-11} - ... - i^{-100} - i^{-101}$

işleminin sonucu nedir?

A) –1 B) 1 C) i D) 1 – i E) –i

1–A 2–C 3–E 4–B 5–C

" i " Sayısının Kuvvetleri – 4

ÖĞRETEN SORU – 13

$f(x) = 1 - x + x^2 - x^3 + ... + x^{44}$

olduğuna göre, f(i) nedir?

ÇÖZÜM:

$f(x) = 1 - x + x^2 - x^3 + ... + x^{44}$

$f(i) = 1 - i - 1 + i + ... + 1$ olur.

Burada ardışık sıralı dörtlülerinin toplamı 0 olacağından terim sayısına bakılmalıdır.

Terim sayısı $= \frac{44-0}{1} + 1 = 45$ terim vardır.

$45 = 4 \cdot 11 + 1$ olduğundan 11 tane sıralı 4 lü vardır ve bunların toplamı sıfırdır.

$\underbrace{1 - i - 1 + i + ... + 1 - i - 1 + i}_{0} + 1 = 1$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 14

$i^4 \cdot i^5 \cdot i^6 \cdot i^7 \cdot ... \cdot i^{25}$

çarpımının eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$i^4 \cdot i^5 \cdot i^6 \cdot i^7 \cdot ... \cdot i^{25} = i^{4+5+6+7+...+25}$

$= i^{319}$

$= i^{4 \cdot 79 + 3} = \left(i^4\right)^{79} \cdot i^3 = -i$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 15

$i^4 - i^6 + i^8 - i^{10} + ... + i^{48} - i^{50}$

ifadesinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$i^4 - i^6 + i^8 - i^{10} + ... + i^{48} - i^{50}$

$1 - i^2 + 1 - i^2 + ... + 1 - i^2$

$1 - (-1) + 1 - (-1) + ... + 1 - (-1)$

$1 + 1 + 1 + 1 + ... + 1 + 1$ olur.

Terim sayısı $= \frac{50-4}{2} + 1 = 24$ terim vardır.

Bu durumda, 24 tane 1 olacağından,

$24 \cdot 1 = 24$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 6

1. $f(x) = x - x^2 + x^3 - x^4 + ... + x^{27} - x^{28}$
olduğuna göre, f(i) nedir?
A) 0 B) i C) –i D) 1 E) –1

2. $f(x) = -x^3 + x^5 - x^7 + x^9 - ... - x^{31} + x^{33}$
olduğuna göre, f(i) nedir?
A) 0 B) –i C) i D) –16 E) 16i

3. $i^{10} - i^{12} + i^{14} - i^{16} + ... + i^{98} - i^{100}$
ifadesinin eşiti nedir?
A) –46 B) –23 C) 0 D) 23 E) 46

4. $i^6 - i^9 + i^{12} - i^{15} + ... - i^{51} + i^{54}$
ifadesinin eşiti nedir?
A) –i B) –1 C) i D) 1 E) –1 – i

5. $i^8 \cdot i^9 \cdot i^{10} \cdot i^{11} \cdot ... \cdot i^{39}$
ifadesinin eşiti nedir?
A) –i B) –1 C) 1 D) 1 – i E) i

1–A 2–E 3–A 4–B 5–C

" i " Sayısının Kuvvetleri – 5

ÖĞRETEN SORU – 16

$z = i^3 + i^5 + i^7 - i^9$

olduğuna göre, Re(z) ve İm(z) değeri nedir?

ÇÖZÜM:

$z = i^3 + i^5 + i^7 - i^9 \Rightarrow z = i^3 + i + i^3 - i$

$\Rightarrow z = 2i^3$

$\Rightarrow z = 2(-i)$

$\Rightarrow z = 0 - 2i$ olduğundan

Re(z) = 0 ve im(z) = –2 bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 17

$z = 8 - \sqrt{-9}$

olduğuna göre, Re(z) + İm(z) kaçtır?

ÇÖZÜM:

$z = 8 - \sqrt{-9} \Rightarrow z = 8 - \sqrt{9i^2}$

$\Rightarrow z = 8 - 3i$ olduğundan

Re(z) + İm(z) = 8 – 3 = 5 bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 18

$z = \frac{i}{6} + \frac{1}{3i} - \frac{i}{3}$

olduğuna göre, Re(z) + İm(z) kaçtır?

ÇÖZÜM:

$z = \frac{i}{6} + \frac{1}{3i} - \frac{i}{2} \Rightarrow z = \underset{(1)}{\frac{i}{6}} + \underset{(2)}{\frac{i^{-1}}{3}} - \underset{(2)}{\frac{i}{3}}$

$\Rightarrow z = \frac{i + 2i^{-1+4} - 2i}{6}$

$\Rightarrow z = \frac{i + 2i^3 - 2i}{6}$

$\Rightarrow z = \frac{i - 2i - 2i}{6}$

$\Rightarrow z = \frac{-3i}{6}$

$\Rightarrow z = 0 - \frac{i}{2}$ olduğundan

$Re(z) + İm(z) = 0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 7

1. $z = i^3 - i^4 + i^5 - i^6 + i^8 + i^9$
olduğuna göre, **Re(z) + İm(z) kaçtır?**
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. $z = \sqrt{-9} - \sqrt{-16} \cdot \sqrt{-4} + \sqrt{-25}$
olduğuna göre, **Re(z) + İm(z) kaçtır?**
A) 14 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

3. $z = \frac{1}{8i} + \frac{i}{4} - \frac{1}{2i} + i$
olduğuna göre, **Re(z) + İm(z) kaçtır?**
A) 2 B) $\frac{15}{8}$ C) $\frac{7}{4}$ D) $\frac{13}{8}$ E) $\frac{3}{2}$

4. $z = i + i^2 + i^3 + ... + i^{37} + i^{38}$
olduğuna göre, **Re(z) + İm(z) kaçtır?**
A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

5. $z = -i^3 + i^5 - i^7 + i^9 + ... + i^{21} - i^{23}$
olduğuna göre, **İm(z) kaçtır?**
A) 6 B) 7 C) 9 D) 10 E) 11

1–C 2–B 3–D 4–B 5–E

Karmaşık Sayıların Eşitliği

İki karmaşık sayının birbirine eşit olması için bu karmaşık sayıların karşılıklı olarak reel kısımları birbirine, sanal kısımları da birbirine eşit olmalıdır.

Yani, $z_1 = a + bi$ ve $z_2 = c + di$ karmaşık sayıları için,

$z_1 = z_2 \Leftrightarrow a = c$ ve $b = d$ **dir.**

ÖĞRETEN SORU – 19

$z_1 = (4 - a) + 7i$ ve $z_2 = -2 + (4 - b - a)i$

karmaşık sayıları birbirine eşit ise, a ve b değerleri kaçtır?

Çözüm:

$z_1 = z_2$ ise,

$(4 - a) + 7i = -2 + (4 - b - a)i$ dir.

Bu durumda, $4 - a = -2 \Rightarrow a = 6$

$7 = 4 - b - a \Rightarrow a + b = -3$

$6 + b = -3$

$b = -9$

$a = 6$, $b = -9$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 20

$x, y \in R$ olmak üzere;

$(x - yi) \cdot (2 - i) = 9 - 7i$

eşitliğini sağlayan x ve y değerleri kaçtır?

Çözüm:

$(x - yi) \cdot (2 - i) = 9 - 7i$

$2x - xi - 2yi - y = 9 - 7i$

$(2x - y) + (-x - 2y)i = 9 - 7i$

Bu durumda,

$2x - y = 9$

$-x - 2y = -7$ olur.

Bu denklemleri çözersek

$x = 5$ ve $y = 1$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 21

$x^2 - y^2 - 7 + (x + y - 2)\,i = 9 + 6i$

olduğuna göre, x • y kaçtır?

Çözüm:

$x^2 - y^2 - 7 + (x + y - 2)\,i = 9 + 6i$

$\Rightarrow x^2 - y^2 - 7 = 9 \quad \wedge \quad x + y - 2 = 6$

$\Rightarrow x^2 - y^2 = 16 \quad \wedge \quad x + y = 8$

$\Rightarrow (x - y) \cdot (x + y) = 16 \quad \wedge \quad x + y = 8$

$\Rightarrow x - y = 2 \quad \wedge \quad x + y = 8$

$\Rightarrow x = 5 \quad \wedge \quad y = 3$ tür.

O halde, $x \cdot y = 5 \cdot 3 = 15$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 8

1. $z_1 = (5 - x) + 12i$ ve $z_2 = -3 + (6 - x - y)i$
karmaşık sayıları birbirine eşit ise **x • y kaçtır?**

A) –118 B) –112 C) –108 D) –104 E) –102

2. $(x - yi) \cdot (3 + i) = 14 - 12i$
olduğuna göre, **x + y kaçtır?**

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

3. $2x - y - 9 + (x + y - 3)i = 0$
olduğuna göre, **x • y kaçtır?**

A) –2 B) –4 C) –6 D) –8 E) –12

4. $x - y + 2xi - 3yi = 2 + 8i$
olduğuna göre, **x + y kaçtır?**

A) –8 B) –6 C) –4 D) –2 E) 2

5. $x^2 - y^2 - 32 + (x + y)i = 8i$
olduğuna göre, **x • y kaçtır?**

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

1–B 2–C 3–B 4–B 5–D

Karmaşık Sayının Eşleniği

Bir karmaşık sayının **sanal** kısmının işareti değiştirilerek elde edilen karmaşık sayıya bu karmaşık sayının **eşleniği** denir.

z karmaşık sayının eşleniği $\bar{z}$ ile gösterilir.

$z = a + bi$ ise $\bar{z} = a - bi$ **dir.**

$z \cdot \bar{z} = (a + bi) \cdot (a - bi)$

$= a^2 - (bi)^2 = a^2 + b^2$

$z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$

ÖZELLİKLER :

1. $\overline{(\bar{z})} = z$
2. $\overline{z_1 \pm z_2} = \bar{z}_1 \pm \bar{z}_2$
3. $\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$
4. $\overline{(z_1 : z_2)} = \bar{z}_1 : \bar{z}_2$, $(z_2 \neq 0)$
5. $\overline{(z^n)} = (\bar{z})^n$, $(n \in Z)$

ÖĞRETEN SORU – 22

Aşağıda verilen örnekleri inceleyiniz.

1. $z = 3 + i$ ise $\bar{z} = 3 - i$ dir.
$z \cdot \bar{z} = 3^2 + 1^2 = \mathbf{10}$ dur.
2. $z = -2 + 4i$ ise $\bar{z} = -2 - 4i$ dir.
$z \cdot \bar{z} = (-2)^2 + (4)^2 = \mathbf{20}$ dir.
3. $z = 5i + 2$ ise $\bar{z} = -5i + 2$ dir.
$z \cdot \bar{z} = (5)^2 + 2^2 = \mathbf{29}$ dur.
4. $z = 4$ ise $\bar{z} = 4$ tür.
$z \cdot \bar{z} = 4^2 = \mathbf{16}$ dır.
5. $z = -2i$ ise $\bar{z} = 2i$ dir.
$z \cdot \bar{z} = (2)^2 = 4$ tür.
6. $z = -1 + \sqrt{5}i$ ise $\bar{z} = -1 - \sqrt{5}i$
$z \cdot \bar{z} = (-1)^2 + (\sqrt{5})^2 = 6$ dır.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 9

1. $z = -4 - 3i$
olduğuna göre, **$\bar{z}$ nedir?**

A) 4 + 3i B) 3 – 4i C) –4 + 3i D) –4 – 3i E) 3 + 4i

2. $z = i + 4$
olduğuna göre, **$\bar{z}$ nedir?**

A) i – 4 B) 4 – i C) –i – 4 D) i + 4 E) 4i – 1

3. $\bar{z} = 1 - \sqrt{3} - 2i$
olduğuna göre, **z nedir?**

A) $1 - \sqrt{3} - 2i$ B) $\sqrt{3} - 1 - 2i$ C) $1 - \sqrt{3} + 2i$ D) $-1 - \sqrt{3} + 2i$ E) $1 + \sqrt{3} + 2i$

4. $z = 4 - 2i$
olduğuna göre, **$z \cdot \bar{z}$ kaçtır?**

A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

5. $z + \bar{z} = 12$
olduğuna göre, **Re(z) • Re($\bar{z}$) kaçtır?**

A) 144 B) 172 C) 48 D) 36 E) 6

1–C 2–B 3–C 4–D 5–D

İkinci Dereceden Bir Denklemin Sanal Köklerini Bulmak – 1

$a, b, c \in R$ ve $a \neq 0$ için

$ax^2 + bx + c = 0$ denklemini çözerken

$\Delta = b^2 - 4ac$ ve $x_{1,2} = \dfrac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2a}$ olmak üzere;

- $\Delta > 0$ ise denklemin farklı iki gerçel kökü vardır.
- $\Delta = 0$ ise denklemin eşit iki gerçel kökü vardır.
- $\Delta < 0$ ise denklemin gerçel kökü yoktur.

Bu durumda, $\Delta < 0$ durumunda denklemin sanal iki kökü vardır.

ÖĞRETEN SORU – 23

$x^2 + 3 = 0$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

ÇÖZÜM:

$x^2 + 3 = 0 \Rightarrow x^2 = -3$ tür.

$x^2 = (3 \cdot (-1)) \Rightarrow x_1 = \sqrt{-3} = \sqrt{3i^2} = \sqrt{3}i$

$x_2 = -\sqrt{-3} = -\sqrt{3i^2} = -\sqrt{3}i$

Denklemin çözüm kümesi,

$Ç.K = \{-\sqrt{3}i, \sqrt{3}i\}$ olur.

ÖĞRETEN SORU – 24

$x^2 - 4x + 8 = 0$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

ÇÖZÜM:

Denklemin çözümü için Δ yı bulalım:

$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (8) = -16$ dır.

$\Delta < 0$ olduğundan reel kök yoktur.

$x_{1,2} = \dfrac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-4) \mp \sqrt{-16}}{2 \cdot 1}$

$= \dfrac{4 \mp \sqrt{16i^2}}{2} = \dfrac{4 \mp 4i}{2} = 2 \mp 2i$ olur.

Denklemin çözüm kümesi,

$Ç.K = \{2 + 2i, 2 - 2i\}$ olur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST – TEST 10

1. $x^2 + 36 = 0$

denkleminin kökleri nedir?

A) {–2i, 2i} B) {–4i, 4i} C) {–6i, 6i} D) {–8i, 8i} E) {–12i, 12i}

2. $x^2 - 6x + 10 = 0$

denkleminin kökleri nedir?

A) {1 + i, 1 – i} B) {2 + i, 2 – i} C) {3 + i, 3 – i} D) {4 + i, 4 – i} E) {6 + i, 6 – i}

3. $x^4 + 8x^2 = 9$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

A) {±1, ±3i} B) {±2, ±4i} C) {±2, ±3i} D) {±3, ±i} E) {±3, ±4i}

4. $z^2 - 6z + 12 = 0$

denklemin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2 + \sqrt{2}i$ B) $1 + \sqrt{3}i$ C) $\sqrt{3} - i$ D) $3 - \sqrt{3}i$ E) $3 + 2\sqrt{3}i$

5. a ve b gerçel sayılar olmak üzere;

$x^2 + ax + b = 0$

denkleminin köklerinden biri 4 – i ise diğer kökü nedir?

A) –4 + i B) –4 – i C) 4 + i D) 2i E) –2i

1–C 2–C 3–A 4–D 5–C

www.guryayinlari.com

İkinci Dereceden Bir Denklemin Sanal Köklerini Bulmak – 2

Reel katsayılı, ikinci dereceden bir denklemin köklerinden biri $x_1 = a + bi$ ise, diğer kökü, $x_2 = a - bi$ dir.

Kökleri x_1 ve x_2 olan ikinci dereceden denklem,

$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$ dır.

ÖĞRETEN SORU – 25

Köklerinden biri, 3 + 2i olan ikinci dereceden denklem nedir?

ÇÖZÜM:

İkinci dereceden denklemin köklerinden biri

$x_1 = 3 + 2i$ ise, diğeri $x_2 = 3 - 2i$ dir.

Kökleri x_1 ve x_2 olan ikinci dereceden denklem,

$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$ olduğundan

$x^2 - (3 + 2i + 3 - 2i)x + (3 + 2i) \cdot (3 - 2i) = 0$

$x^2 - (6)x + 9 + 4 = 0$

$x^2 - 6x + 13 = 0$ bulunur.

UYARI : $(a + bi) \cdot (a - bi) = a^2 + b^2$ dir.

ÖĞRETEN SORU – 26

Köklerinden biri 4, diğer ikisi 3 + i ve 3 – i kompleks sayıları olan üçüncü dereceden reel kat sayılı denklem nedir?

ÇÖZÜM:

$x_1 = 3 + i$ ve $x_2 = 3 - i$ ise

$x_1 + x_2 = 3 + i + 3 - i = 6$

$x_1 \cdot x_2 = (3 + i) \cdot (3 - i) = 9 + 1 = 10$

$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 10 = 0$

denklemi bir çarpan olmalıdır.

Köklerinden biri de $x = 4$ ise

$x - 4 = 0$ denklemi de bir çarpandır.

O halde, istenen üçüncü dereceden reel kat sayılı denklem,

$(x - 4) \cdot (x^2 - 6x + 10) = 0$

$x^3 - 6x^2 + 10x - 4x^2 + 24x - 40 = 0$

$x^3 - 10x^2 + 34x - 40 = 0$

olarak bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST – TEST 11

1. Köklerinden biri 3 – i olan ikinci dereceden denklem nedir?

A) $x^2 - 4x + 8 = 0$ B) $x^2 - 2x + 4 = 0$ C) $x^2 - 6x + 10 = 0$ D) $x^2 - 4x + 10 = 0$ E) $x^2 + 6x + 10 = 0$

2. Köklerinden biri 4 + 2i olan ikinci dereceden denklem nedir?

A) $x^2 - 8x + 20 = 0$ B) $x^2 - 8x - 20 = 0$ C) $x^2 + 8x - 20 = 0$ D) $x^2 - 8x + 18 = 0$ E) $x^2 + 8x + 24 = 0$

3. Köklerinden biri –3, diğer ikisi 4 + i ve 4 – i kompleks sayıları olan üçüncü dereceden reel katsayılı denklem nedir?

A) $x^3 + 6x^2 - 5x - 21 = 0$ B) $x^3 - 4x^2 + 6x - 15 = 0$ C) $x^3 + 5x^2 - 7x - 35 = 0$ D) $x^3 - 5x^2 - 6x - 51 = 0$ E) $x^3 - 5x^2 - 7x + 51 = 0$

4. a ve b reel sayılar olmak üzere;

$x^2 + ax + b = 0$

denkleminin köklerinden biri $x_1 = 3 - 4i$ ise **a • b kaçtır?**

A) –200 B) –150 C) –100 D) 100 E) 150

5. m ve n reel sayılar olmak üzere,

$x^2 + mx + n = 0$

denkleminin köklerinden biri $x_1 = 2 + 3i$ ise **m + n toplamı kaçtır?**

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

1–C 2–A 3–E 4–B 5–D

www.guryayinlari.com

İkinci Dereceden Bir Denklemin Sanal Köklerini Bulmak – 3

ÖĞRETEN SORU – 27

Toplamları 4 ve çarpımları 6 olan iki karmaşık sayı nedir?

ÇÖZÜM:

$T = x_1 + x_2 = 4$ ve $Ç = x_1 \cdot x_2 = 6$

$\Rightarrow x^2 - Tx + Ç = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 6 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6$

$\Rightarrow \Delta = 16 - 24$

$\Rightarrow \Delta = -8$

$x_{1,2} = \dfrac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-4) \mp \sqrt{-8}}{2 \cdot 1}$

$= \dfrac{4 \mp 2\sqrt{2}i}{2}$

$= 2 \mp \sqrt{2}i$

O halde, aranılan karmaşık sayılar,

$2 + \sqrt{2}i$ ve $2 - \sqrt{2}i$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 28

$x^2 + 6x + c = 0$

denkleminin reel kökü yoksa c nin alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

Denklemin reel kökü yoksa $\Delta < 0$ olmalıdır.

$\Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot c < 0$

$\Rightarrow 4c > 36$

$\Rightarrow c > 9$ dur.

O halde, c nin alabileceği en küçük tam sayı değeri 10 dur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 12

1. **Toplamları 2 ve çarpımları 5 olan iki karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) {1 + i, 1 – i} B) {2 + i, 2 – i} C) {1 + 2i, 1 – 2i}

D) {3 – i, 3 + i} E) {2 + 2i, 2 – 2i}

2. **Toplamları 6 ve çarpımları 10 olan iki karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) {3 + i, 3 – i} B) {2 + i, 2 – i} C) {4 + i, 4 – i}

D) {1 + i, 1 – i} E) {3 + 2i, 3 – 2i}

3. $x^2 + 5x + c = 0$

denkleminin reel kökü yoksa c nin alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4. $x^2 - 4x + 8 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olmak üzere, $\text{İm}(x_1 \cdot x_2)$ kaçtır?

A) –8 B) –4 C) 0 D) 4 E) 8

5. $x^2 - 3x + 7 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olmak üzere, $\text{Re}(x_1 + x_2) + \text{İm}(x_1 \cdot x_2)$ kaçtır?

A) –10 B) –7 C) 0 D) 3 E) 10

1–C 2–A 3–C 4–C 5–D

Karmaşık Sayılarda Dört İşlem – 1

$z_1, z_2 \in C$ ve $z_1 = a + bi$, $z_2 = c + di$ olmak üzere;

1. $z_1 + z_2 = (a + c) + (b + d)i$

2. $z_1 - z_2 = (a - c) + (b - d)i$

3. $z_1 \cdot z_2 = (a + bi) \cdot (c + di)$

$= a \cdot c + a \cdot d \cdot i + b \cdot c \cdot i + b \cdot d \cdot i^2$

$= (ac - bd) + i(ad + bc)$

4. $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{a + bi}{\underset{(c-di)}{c + di}} = \dfrac{(a + bi)(c - di)}{(c + di) \cdot (c - di)}$

$= \dfrac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \dfrac{bc - ad}{c^2 + d^2}i$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 29

$\mathbf{z_1 = 2 + 3i}$ **ve** $\mathbf{z_2 = 4 - 2i}$

ise aşağıdaki işlemlerin her birinin sonucu nedir?

a. $z_1 + z_2$ **b.** $z_1 - z_2$ **c.** $2z_1 + 4z_2$

d. $z_1 \cdot z_2$ **e.** $\dfrac{z_1}{z_2}$

ÇÖZÜM:

a. $z_1 + z_2 = 2 + 3i + 4 - 2i$

$= (2 + 4) + i(3 - 2)$

$= \mathbf{6 + i}$ bulunur.

b. $z_1 - z_2 = (2 + 3i) + (4 - 2i)$

$= 2 + 3i - 4 + 2i$

$= (2 - 4) + i(3 + 2)$

$= \mathbf{-2 + 5i}$ bulunur.

c. $2z_1 + 4z_2 = 2(2 + 3i) + 4(4 - 2i)$

$= 4 + 6i + 16 - 8i$

$= (4 + 16) + i(6 - 8)$

$= \mathbf{20 - 2i}$ bulunur.

d. $z_1 \cdot z_2 = (2 + 3i) \cdot (4 - 2i)$

$= 8 - 4i + 12i - 6i^2$

$= 8 + 8i - 6(-1)$

$= 8 + 8i + 6 = \mathbf{14 + 8i}$ bulunur.

e. $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{2 + 3i}{\underset{(4+2i)}{4 - 2i}} = \dfrac{(2 + 3i)(4 + 2i)}{16 + 4}$

$= \dfrac{8 + 4i + 12i + 6i^2}{20} = \mathbf{\dfrac{1 + 8i}{10}}$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 13

1. $z = 3 - 2i$ ve $w = 5 + 3i$

olduğuna göre, **$z \cdot w$ nedir?**

A) 15 + 6i B) 18 + 2i C) 18 + 3i

D) 21 – i E) 21 – 3i

2. $z = 4 - i$ ve $w = 3 + 2i$

olduğuna göre, **$3z - 4w$ nedir?**

A) –11i B) 4 – 10i C) 6 – 8i

D) –12i E) 6 – 2i

3. $z = 8 - 4i$ ve $w = -3 + 5i$

olduğuna göre, **$z - \overline{w}$ nedir?**

A) 12 – 2i B) 10 – 3i C) 8 + i

D) 11 – i E) 11 + i

4. $z_1 = 5 - i$ ve $z_2 = 3 + i$

olduğuna göre, **$\dfrac{z_1}{z_2}$ nedir?**

A) $\dfrac{6 - 3i}{5}$ B) $\dfrac{7 - 4i}{5}$ C) $\dfrac{3 - 2i}{5}$

D) $\dfrac{6 - 2i}{5}$ E) $\dfrac{7 - 3i}{5}$

5. $\left(2i + \dfrac{1}{i} - \dfrac{2}{i^2}\right) \cdot (2 - i)$

işleminin sonucu nedir?

A) –3 B) –2 C) 4 D) 5 E) 4 – i

1–D 2–A 3–E 4–B 5–D

Karmaşık Sayılarda Dört İşlem – 2

UYARI : $(1+i)^2 = 2i$ ve $(1-i)^2 = -2i$ dir.

ÖĞRETEN SORU – 30

$(1+i)^{14} - (1-i)^{14}$

işleminin sonucu nedir?

Çözüm:

$(1+i)^2 = 2i \Rightarrow (1+i)^{14} = \left((1+i)^2\right)^7$

$= (2i)^7 = 2^7 \cdot i^7 = 2^7 \cdot i^3$

$= -2^7 \cdot i$ bulunur.

$(1-i)^2 = -2i \Rightarrow (1-i)^{14} = \left((1-i)^2\right)^7$

$= (-2i)^7 = -2^7 \cdot i^7$

$= -2^7 \cdot i^3$

$= 2^7 \cdot i$ bulunur.

O halde, $(1+i)^{14} - (1-i)^{14} = \left(-2^7 i\right) - \left(2^7 i\right)$

$= -2^8 i$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 31

$\dfrac{-1+4i}{2i-3}$

işleminin sonucu nedir?

Çözüm:

$\dfrac{-1+4i}{2i-3} = \dfrac{-1+4i}{\underset{(-3-2i)}{-3+2i}} = \dfrac{(-1+4i)\cdot(-3-2i)}{3^2+(2)^2}$

$= \dfrac{3+2i-12i+8}{13} = \dfrac{11-10i}{13} = \dfrac{11}{13} - \dfrac{10}{13} i$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 32

$(3-3i)^5 \cdot (3+3i)^4$

işleminin sonucu nedir?

Çözüm:

$(3-3i)^5 \cdot (3+3i)^4 = 3^5(1-i)^5 \cdot 3^4 \cdot (1+i)^4$

$= 3^9 \cdot (1-i)^4 \cdot (1-i) \cdot (1+i)^4$

$= 3^9 \cdot [(1-i)\cdot(1+i)]^4 \cdot (1-i)$

$= 3^9 \cdot (1+1)^4 \cdot (1-i)$

$= 3^9 \cdot 2^4 \cdot (1-i)$

$= 3^9 . 2^4 .(1-i)$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST – TEST 14

1. $(1+i)^{13} - (1-i)^{13}$

işleminin sonucu nedir?

A) $-2^6 i$ B) $-2^7 i$ C) $2^6 i$ D) -2^7 E) $-2^8 i$

2. $(2-2i)^6 \cdot (2+2i)^6$

işleminin sonucu nedir?

A) 2^{16} B) 2^{17} C) 2^{18} D) 2^{19} E) 2^{20}

3. $\dfrac{(1+i)^{14}}{(1-i)^{13}}$

işleminin sonucu nedir?

A) 2 + i B) 2 – i C) –1 + i D) –1 + 2i E) 1 – i

4. $\dfrac{2-3i}{i-2}$

işleminin sonucu nedir?

A) $\dfrac{-7+4i}{5}$ B) $\dfrac{-5+3i}{5}$ C) $\dfrac{-7+4i}{3}$ D) $\dfrac{7-4i}{5}$ E) $\dfrac{7-3i}{3}$

5. $\dfrac{1-i}{1+i} - \dfrac{1+i}{1-i}$

işleminin sonucu nedir?

A) –4i B) –2i C) –2 D) –i E) 2i

1–B 2–C 3–C 4–A 5–B

Karmaşık Sayılarda Dört İşlem – 3

ÖĞRETEN SORU – 33

$\dfrac{3}{2-\sqrt{3}i} + \dfrac{3}{2+\sqrt{3}i}$

işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$\underset{(2+\sqrt{3}i)}{\dfrac{3}{2-\sqrt{3}i}} + \underset{(2-\sqrt{3}i)}{\dfrac{3}{2+\sqrt{3}i}} = \dfrac{6+3\sqrt{3}i+6-3\sqrt{3}i}{2^2+(\sqrt{3})^2}$

$= \dfrac{12}{4+3} = \dfrac{12}{7}$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 34

$z = i \cdot (1-\sqrt{5}i) \cdot (\sqrt{5}+i)$

ise bu sayının sanal kısmı kaçtır?

Çözüm:

$z = i \cdot (1-\sqrt{5}i) \cdot (\sqrt{5}+i)$

$= (i - \sqrt{5}i^2) \cdot (\sqrt{5}+i)$

$= (i+\sqrt{5}) \cdot (i+\sqrt{5}) = (i+\sqrt{5})^2$

$= i^2 + 2\sqrt{5}i + 5 = 4 + 2\sqrt{5}i$ olur.

O halde, z sayısının sanal kısmı $2\sqrt{5}$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 35

$z = \left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)^6 + \left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^8$

ise bu sayının reel kısmı kaçtır?

Çözüm:

$z = \dfrac{(1-i)^6}{(1+i)^6} + \dfrac{(1+i)^8}{(1-i)^8} = \dfrac{\left((1-i)^2\right)^3}{\left((1+i)^2\right)^3} + \dfrac{\left((1+i)^2\right)^4}{\left((1-i)^2\right)^4}$

$= \dfrac{(-2i)^3}{(2i)^3} + \dfrac{(2i)^4}{(-2i)^4} = \dfrac{-8i^3}{8i^3} + \dfrac{16i^4}{16i^4}$

$z = -1 + 1 = 0$ dır.

O halde, z sayısının reel kısmı 0 bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 36

$i^1 + i^{-1} + i^2 + i^{-2} + i^3 + i^{-3} + i^4 + i^{-4}$

işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$i^1 + \dfrac{1}{i^1} + i^2 + \dfrac{1}{i^2} + i^3 + \dfrac{1}{i^3} + i^4 + \dfrac{1}{i^4}$

$= i + \dfrac{1}{i} - 1 + \dfrac{1}{-1} - i - \dfrac{1}{i} + 1 + \dfrac{1}{1}$

$= 0$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST – TEST 15

1. $\dfrac{1}{3-i\sqrt{5}} + \dfrac{1}{3+i\sqrt{5}}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\dfrac{2}{5}$ B) $\dfrac{3}{5}$ C) $\dfrac{1}{2}$ D) $\dfrac{3}{7}$ E) $\dfrac{3}{8}$

2. $\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^{53}$

işleminin sonucu nedir?

A) –i B) i C) –1 D) 1 E) 2i

3. $i^{-5} + i^5 + i^{-6} + i^6$

işleminin sonucu nedir?

A) –2 B) –1 C) 1 D) –i E) i

4. $3i \cdot (2-\sqrt{3}i) \cdot (2+\sqrt{3}i)$

işleminin sonucu nedir?

A) 12i B) –16i C) 21 D) –21 E) 21i

5. $\dfrac{\sqrt{-50} - \sqrt{-32}}{\sqrt{16i\sqrt{2i\sqrt{-4}}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $-\dfrac{i}{4}$ B) $-\dfrac{1}{4}$ C) $\dfrac{1}{2}$ D) $\dfrac{1}{4}$ E) $\dfrac{1}{8}$

1–D 2–B 3–A 4–E 5–D

Karmaşık Sayılarda Dört İşlem – 4

ÖĞRETEN SORU – 37

$z-2i\cdot z+8=3-10i$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı nedir?

Çözüm:

$z=a+bi$ alınırsa,

$a+bi-2i\cdot(a+bi)+8=3-10i$

$a+bi-2ai+2b+5=-10i$ olur.

İki karmaşık sayının eşitliğinden

$a+2b+5=0$ ve $b-2a+10=0$ olur.

Buradan, $a=3$ ve $b=-4$ bulunur.

O halde, $\mathbf{z=3-4i}$ dir.

ÖĞRETEN SORU – 38

$3\cdot\bar{z}-10=i\cdot z+6$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı nedir?

Çözüm:

$z=a+bi$ ise $\bar{z}=a-bi$ olur.

$3\cdot(a-bi)-10=i\cdot(a+bi)+6$

$3a-3bi-10=ai-b+6$ olur.

İki karmaşık sayının eşitliğinden

$3a-10=-b+6$ ve $-3b=a$ olur.

Buradan, $a=6$ ve $b=-2$ bulunur.

O halde, $\mathbf{z=6-2i}$ dir.

ÖĞRETEN SORU – 39

b ve c reel sayılar olmak üzere;

$x^2+bx+c=0$

denkleminin reel köklerinden biri $x_1=4+i$ ise $b+c$ toplamı kaçtır?

Çözüm:

Reel katsayılı, ikinci dereceden denklemin köklerinden biri $z_1=a+bi$ ise diğer kök, bunun eşleniği olan $z_2=a-bi$ dır.

Buna göre verilen denklemde

$x_1=4+i$ ise $x_2=4-i$ olur.

Kökleri verilen ikinci dereceden denklem:

$x^2-(x_1+x_2)x+x_1.x_2=0$ dir.

$x^2-(4+i+4-i)x+(4+i).(4-i)=0$

$x^2-(8)x+4^2+1^2=0$

$\mathbf{x^2-8x+17=0}$ bulunur.

Bu durumda, $b=-8$ ve $c=17$ dir.

O halde, $b+c=-8+17=\mathbf{9}$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST 16

1. $2z+4i=\bar{z}+1-5i$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı nedir?

A) $1+3i$ B) $2-3i$ C) $3i$ D) $1-3i$ E) $-1+3i$

2. $z=1+i$ olmak üzere,

$z\cdot(2-i)=a+\bar{z}+2i$

eşitliğini sağlayan a reel sayısı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

3. $\dfrac{\bar{z}-2}{z}=1+i$

olduğuna göre, $\mathrm{Re}(\bar{z})-\mathrm{Im}(z)$ **nedir?**

A) –6 B) –4 C) 0 D) 2 E) 4

4. $\dfrac{z-i}{\bar{z}}=3-i$

olduğuna göre, **z karmaşık sayısı nedir?**

A) $1-i$ B) $1+4i$ C) $2+6i$ D) $\dfrac{1+2i}{9}$ E) $\dfrac{1+4i}{9}$

5. m ve n reel sayıları olmak üzere;

$x^2+mx+n=0$

denkleminin reel köklerinden biri $x_1=6-2i$ olduğuna göre, **m + n toplamı kaçtır?**

A) 24 B) 28 C) 36 D) 42 E) 52

1–D 2–D 3–A 4–D 5–B

Karmaşık Sayılarda Dört İşlem – 5

ÖĞRETEN SORU – 40

$\dfrac{x+yi}{2-3i}=-2+5i$

ise x + y toplamı kaçtır?

Çözüm:

$x+yi=(2-3i)\cdot(-2+5i)$

$=-4+10i+6i-15i^2$

$=-4+16i+15$

$x+yi=11+16i$ dir.

O halde, $x=11$ ve $y=16$,

$x+y=11+16=27$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 41

$z=-5\sqrt{3}+5i$ ise $\sqrt{z\cdot\bar{z}}$

değeri kaçtır?

Çözüm:

$z=-5\sqrt{3}+5i\Rightarrow\bar{z}=-5\sqrt{3}-5i$ dir.

$\sqrt{z\cdot\bar{z}}=\sqrt{(-5\sqrt{3}+5i)\cdot(-5\sqrt{3}-5i)}$

$=\sqrt{(-5\sqrt{3})^2+(5)^2}$

$=\sqrt{75+25}=\sqrt{100}=\mathbf{10}$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 42

$z=2-\sqrt{3}i$

sayısının çarpma işlemine göre tersi nedir?

Çözüm:

z sayısının çarpma işlemine göre tersi z^{-1} dir.

Buna göre,

$z^{-1}=\dfrac{1}{\underset{(2+\sqrt{3}i)}{2-\sqrt{3}i}}=\dfrac{2+\sqrt{3}i}{2^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}=\dfrac{2+\sqrt{3}i}{7}$

$z^{-1}=\dfrac{2}{7}+\dfrac{\sqrt{3}}{7}i$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST 17

1. $\dfrac{3x+7yi}{3-i}=2+3i$

olduğuna göre, **x + y kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $z=2+4i$ olmak üzere,

$z\cdot\bar{z}+2-i$

ifadesinin değeri nedir?

A) $11-2i$ B) $6+i$ C) $8-i$ D) $16-i$ E) $22-i$

3. $z=5-\sqrt{2}i$

sayısının çarpma işlemine göre tersi nedir?

A) $\dfrac{5+\sqrt{2}i}{27}$ B) $\dfrac{4+\sqrt{2}i}{27}$ C) $\dfrac{3+\sqrt{2}i}{27}$ D) $\dfrac{5-\sqrt{2}i}{29}$ E) $\dfrac{5+\sqrt{2}i}{29}$

4. $z=3(5-i)-12+2i$

olduğuna göre, **z^{-1} sayısının sanal kısmı kaçtır?**

A) $\dfrac{1}{12}$ B) $\dfrac{1}{10}$ C) $\dfrac{1}{8}$ D) $\dfrac{1}{6}$ E) $\dfrac{1}{4}$

5. $z=a+bi$ olmak üzere;

$(z+\bar{z})^2+(1+z+\bar{z})^2$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $8a^2+4a$ B) $8a^2+2a+1$ C) $4a^2+2a+1$ D) $8a^2+4a+1$ E) $8a^2+8a+1$

1–D 2–E 3–A 4–B 5–D

Karmaşık Sayılarda Dört İşlem – 6

ÖĞRETEN SORU – 43

$$\frac{2i}{i-1}+z=\frac{-5i}{3-3i}$$

ise z^2 nin değeri nedir?

Çözüm:

$$\frac{2i}{i-1}+z=\frac{-5i}{3-3i}\Rightarrow z=\frac{-5i}{3-3i}-\frac{2i}{i-1}$$

$$\Rightarrow z=\frac{-5i}{3(1-i)}+\frac{2i}{(1-i)}$$

$$\Rightarrow z=\frac{-5i+6i}{3(1-i)}=\frac{i}{3(1-i)}$$

$$z^2=\left(\frac{i}{3(1-i)}\right)^2\Rightarrow z^2=\frac{i^2}{9.(-2i)}=\frac{-1}{\underset{(i)}{-18i}}$$

$$\Rightarrow z^2=-\frac{i}{18}\ \text{bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 44

$z=2+4i$

olduğuna göre, $\frac{z+\bar z}{z-\bar z}$ ifadesinin değeri nedir?

Çözüm:

$z=2+4i$ ise $\bar z=2-4i$ dir.

$$\frac{z+\bar z}{z-\bar z}=\frac{2+4i+2-4i}{2+4i-2+4i}=\frac{4}{\underset{(i)}{8i}}=\frac{i}{2i^2}=-\frac{i}{2}\ \text{bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 45

$$(1-i^6+i^{11})\cdot(1+i^5-i^7)$$

işleminin sonucu nedir?

Çözüm:

$$(1-i^6+i^{11})\cdot(1+i^5-i^7)=(1-i^2+i^3)\cdot(1+i-i^3)$$
$$=(1+1-i)\cdot(1+i+i)$$
$$=(2-i)\cdot(1+2i)$$
$$=2+4i-i+2$$
$$=\mathbf{4+3i}\ \text{bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 18

1. $z=3+5i$

olduğuna göre, **$\frac{z-\bar z}{z+\bar z}$ ifadesinin değeri nedir?**

A) $\frac{5i}{3}$ B) $\frac{3i}{5}$ C) $\frac{4+i}{3}$ D) $\frac{5+2i}{3}$ E) $\frac{7i}{3}$

2. **$(1-i+i^3+i^8)\cdot(1-i^7-i^{10})$**

işleminin sonucu nedir?

A) $6-4i$ B) $8-2i$ C) $6-2i$ D) $4-2i$ E) $6-2i$

3. $z=\frac{\sqrt5+i}{2+i}$

olduğuna göre, **$z\cdot\bar z$ kaçtır?**

A) $\frac{\sqrt5}{3}$ B) $\frac{\sqrt5}{5}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{6}{5}$

4. **$P(x)=3x^4+x^3-x^2+4$**

ifadesinde $P(1+i)$ kaçtır?

A) –12 B) –10 C) –8 D) –6 E) –4

5. **$z^2+3-k+2i-z=0$**

denkleminin köklerinden biri i ise k kaçtır?

A) $3+i$ B) $1+i$ C) $2-i$ D) $4+i$ E) $2+i$

1–A 2–E 3–E 4–B 5–E

Karmaşık Düzlem

Yatay olanı reel eksen ve düşey olanı sanal eksen olarak düşünülen bir sisteme **karmaşık düzlem** denir. $z=a+bi$ karmaşık sayısı için, reel eksen üzerinde a ve sanal eksen üzerinde b katlanıp eksenlere paralellerler çizilerek işlem yapılır.

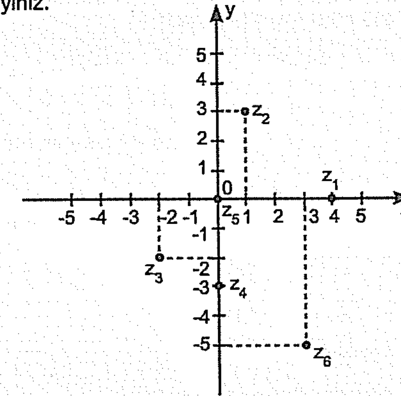
Sanal eksen, y, b, a + bi, Reel eksen, 0, a, x

Yanda görülen karmaşık düzlemde

$z_1=4$, $z_2=1+3i$, $z_3=-2-2i$, $z_4=-3i$, $z_5=0$, $z_6=3-5i$

sayılarının yerleri gösterilmiştir.

İnceleyiniz.



UYARI : Karmaşık düzlemde, $z\in C$ olmak üzere;

1. z ile $\bar z$ sayıları Ox eksenine göre,
2. z ile $-z$ sayıları orijine göre,
3. z ile $-\bar z$ sayıları da Oy eksenine göre simetriktirler.

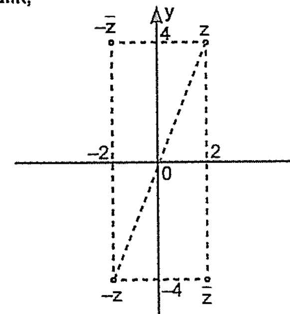
ÖĞRETEN SORU – 46

$z=2+4i$ ise $\bar z$, $-z$, $-\bar z$ sayılarını karmaşık düzlemde gösterelim.

Çözüm:

$z=2+4i\Rightarrow\bar z=2-4i$
$-\bar z=-2+4i$
$-z=-2-4i$ bulunur.

Buna göre grafik;

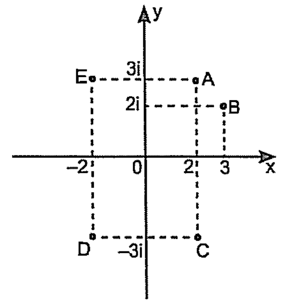


ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 19

1. $z=-2+3i$

olduğuna göre,

$-\bar z$ yanda verilmiş noktalardan hangisine denk gelir?

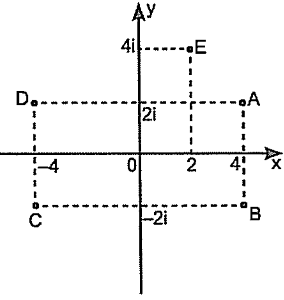


A) A B) B C) C D) D E) E

2. $\bar z=4+2i$

olduğuna göre,

$-z$ yanda verilmiş noktalardan hangisine denk gelir?

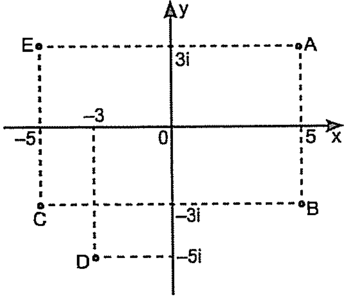


A) A B) B C) C D) D E) E

3. $-\bar z=-5+3i$

olduğuna göre,

z yanda verilmiş noktalardan hangisine denk gelir?

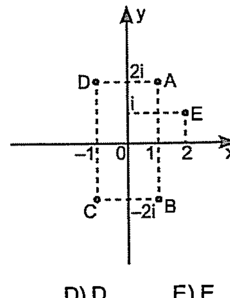


A) A B) B C) C D) D E) E

4. $-z=1-2i$

olduğuna göre,

$(\overline{-z})$ yanda verilmiş noktalardan hangisine denk gelir?



A) A B) B C) C D) D E) E

1–A 2–D 3–A 4–B

Bir Karmaşık Sayının Mutlak Değeri – 1 (Modülü)

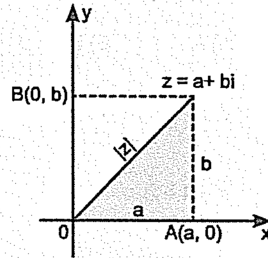
Karmaşık düzlemde, bir karmaşık sayıya karşılık gelen noktaların başlangıç noktasına olan uzaklığına bu karmaşık sayının **mutlak değeri** veya **modülü** denir.
$|z|$ ile gösterilir.

$z=a+bi \Rightarrow |z|=|a+bi|=\sqrt{a^2+b^2}$ **dir.**

Karmaşık düzlemde $z = a + bi$ sayısına karşılık gelen nokta z olsun.
ZOA üçgeninde, pisagor teoreminden;

$|Oz|^2=a^2+b^2$

$\Rightarrow |z|=\sqrt{a^2+b^2}$ olur



ÖĞRETEN SORU – 47

Aşağıdaki karmaşık sayıların modülleri nedir?

a. $z_1=3+4i$ b. $z_2=-5-i$
c. $z_3=\sqrt{5}+\sqrt{2}i$ d. $z_4=3$
e. $z_5=6i$ f. $z_6=-2i+3$

Çözüm:

a. $z_1=3+4i \Rightarrow |z_1|=\sqrt{3^2+4^2}=5$ br

b. $z_2=-5-i \Rightarrow |z_2|=\sqrt{(-5)^2+(-1)^2}=\sqrt{26}$ br

c. $z_3=\sqrt{5}+\sqrt{2}i \Rightarrow |z_3|=\sqrt{(\sqrt{5})^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{7}$ br

d. $z_4=3 \Rightarrow |z_4|=\sqrt{3^2+0^2}=3$ br

e. $z_5=6i \Rightarrow |z_5|=\sqrt{0^2+6^2}=6$ br

f. $z_6=-2i+3 \Rightarrow |z_6|=\sqrt{(-2)^2+3^2}=\sqrt{13}$ br

ÖĞRETEN SORU – 48

$z=-8+6i$
olduğuna göre, $|\bar{z}|$ nedir?

Çözüm:

$z=-8+6i \Rightarrow \bar{z}=8-6i$

$\Rightarrow |\bar{z}|=\sqrt{(-8)^2+(-6)^2}$
$\Rightarrow |\bar{z}|=\sqrt{64+36}$
$\Rightarrow |\bar{z}|=\sqrt{100}$
$\Rightarrow |\bar{z}|=10$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 20

1. $z=-5-12i$
olduğuna göre, **$|z|$ kaçtır?**
A) 10 B) 12 C) 13 D) 15 E) 20

2. $z=-6$ ve $w=3i$
olduğuna göre, **$|z|+|w|$ kaçtır?**
A) 45 B) 27 C) 9 D) 6 E) 3

3. $z=\sqrt{3}+\sqrt{5}i$
olduğuna göre, **$|z|+|\bar{z}|$ kaçtır?**
A) $2\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{2}$ C) 4 D) $4\sqrt{2}$ E) 6

4. $z=5-6i$ ve $w=-2+3i$
olduğuna göre, **$|z-w|\cdot|z+w|$ kaçtır?**
A) $6\sqrt{65}$ B) $5\sqrt{65}$ C) $4\sqrt{65}$
D) $6\sqrt{55}$ E) $4\sqrt{55}$

5. $z=a-2i$
karmaşık sayısının orijine olan uzaklığı 4 br olduğuna göre, **a nın alabileceği değerler çarpımı kaçtır?**
A) –12 B) –6 C) $2\sqrt{3}$ D) 6 E) 12

1-C 2-C 3-D 4-A 5-A

Bir Karmaşık Sayının Mutlak Değeri – 2 (Mutlak Değer Özellikleri)

$z=a+bi$ ve $n\in N^+$ olmak üzere;

1. $|z|=|-z|=|\bar{z}|=|-\bar{z}|=\sqrt{a^2+b^2}$
2. $|z_1\cdot z_2|=|z_1|\cdot|z_2|$
3. $\left|\frac{z_1}{z_2}\right|=\frac{|z_1|}{|z_2|}$, $(z_2\neq 0)$
4. $|z^n|=|z|^n$
5. $z\cdot\bar{z}=|z|^2$
6. $z_1+z_2\leq|z_1|+|z_2|$
7. $|z_1-z_2|\geq|z_1|-|z_2|$

ÖĞRETEN SORU – 49

$z=\left(3+2\sqrt{2}i\right)\cdot(1-2i)$
sayısının mutlak değeri nedir?

Çözüm:

$|z|=|(3+2\sqrt{2}i)\cdot(1-2i)|=|3+2\sqrt{2}i|\cdot|1-2i|$

$=\sqrt{3^2+(2\sqrt{2})^2}\cdot\sqrt{1^2+(-2)^2}$

$=\sqrt{17}\cdot\sqrt{5}=\sqrt{85}$ br bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 50

$z=\frac{(3-5i)\cdot(2+4i)}{(4-i)\cdot(1-i)}$

sayısının orijine olan uzaklığı kaç br dir?

Çözüm:

Orijine olan uzaklık $|z|$ tir.

$|z|=\left|\frac{(3-5i)\cdot(2+4i)}{(4-i)\cdot(1-i)}\right|=\frac{|3-5i|\cdot|2+4i|}{|4-i|\cdot|1-i|}$

$=\frac{\sqrt{3^2+(-5)^2}\cdot\sqrt{2^2+4^2}}{\sqrt{4^2+(-1)^2}\cdot\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{\sqrt{34}\cdot2\sqrt{5}}{\sqrt{17}\cdot\sqrt{2}}$

$=2\sqrt{5}$ br bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 51

$z=(3-i)^4\cdot(\sqrt{3}-\sqrt{2}i)^6$
sayısının modülü kaçtır?

Çözüm:

$|z|=\left|(3-i)^4\cdot(\sqrt{3}-\sqrt{2}i)^6\right|$

$=|(3-i)^4|\cdot\left|(\sqrt{3}-\sqrt{2}i)^6\right|$

$=|3-i|^4\cdot|\sqrt{3}-\sqrt{2}i|^6$

$=(\sqrt{9+1})^4\cdot(\sqrt{3+2})^6$

$=10^2\cdot125=12500$ br bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 21

1. $z=(2+3\sqrt{2}i)\cdot(1-i)$
sayısının modülü kaçtır?
A) $2\sqrt{7}$ B) $3\sqrt{7}$ C) $2\sqrt{10}$
D) $2\sqrt{11}$ E) $3\sqrt{11}$

2. $z=\frac{(2-3i)\cdot(1+\sqrt{2}i)}{(\sqrt{6}+\sqrt{7}i)\cdot(2+4i)}$
sayısının modülü kaçtır?
A) $\frac{\sqrt{15}}{10}$ B) $\frac{\sqrt{15}}{9}$ C) $\frac{\sqrt{14}}{3}$
D) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ E) $\frac{\sqrt{15}}{5}$

3. $z=(5-i)^2\cdot(\sqrt{5}-\sqrt{3}i)^4$
sayısının modülü kaçtır?
A) 1444 B) 1520 C) 1584
D) 1624 E) 1664

4. $z=3-i$ ve $w=2+2i$
olduğuna göre, $\left|\frac{z-w+3}{z+\bar{w}-2}\right|$ **ifadesinin değeri kaçtır?**
A) $\frac{5\sqrt{2}}{3}$ B) $\frac{5\sqrt{2}}{4}$ C) $\frac{5\sqrt{2}}{6}$
D) $\frac{3\sqrt{2}}{5}$ E) $\frac{5\sqrt{2}}{8}$

5. $z=\frac{(1+i)\cdot(2-i)}{(1-i)\cdot(5+i)}$
olduğuna göre, **$|z^{-1}|$ değeri kaçtır?**
A) $\frac{\sqrt{130}}{26}$ B) $\frac{\sqrt{130}}{20}$ C) $\frac{\sqrt{130}}{15}$
D) $\frac{\sqrt{130}}{10}$ E) $\frac{\sqrt{130}}{5}$

1-D 2-A 3-E 4-C 5-E

Bir Karmaşık Sayının Mutlak Değeri – 3

ÖĞRETEN SORU – 52

$z=\dfrac{16}{\bar{z}}$ ise $|z^2|-3|z|+6$ ifadesinin değeri nedir?

Çözüm:

$z.\bar{z}=|z|^2$ olduğundan

$z\cdot\bar{z}=|z|^2=16 \Rightarrow |z|=4$ olur.

$|z^2|-3|z|+6=16-3\cdot4+6$

$=\mathbf{10}$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 53

$z=a+bi$ karmaşık sayısı için, $z+2-8i=|\bar{z}|$ eşitliğini gerçekleyen z karmaşık sayısı nedir?

Çözüm:

$z=a+bi$ ise, $\bar{z}=a-bi$ dir.

Buna göre $|\bar{z}|=|a-bi|=\sqrt{a^2+b^2}$ bulunur.

$a+bi+2-8i=\sqrt{a^2+b^2}$ olur.

İki karmaşık sayının eşitliğinden

$a+2=\sqrt{a^2+b^2}$ ve $b-8=0$ yazılır.

Buradan, $b=8 \Rightarrow \cancel{a^2}+4a+4=\cancel{a^2}+b^2$

$4a+4=64$

$4a=60$

$a=15$ tir.

O halde, $z=a+bi \Rightarrow \mathbf{z=15+8i}$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 54

$|z-i|+iz=6+2i$ ise z karmaşık sayısı nedir?

Çözüm:

$z=a+bi$ ise,

$|a+bi-i|+i(a+bi)=6+2i$

$\sqrt{a^2+(b-1)^2}+ai-b=6+2i$ olur.

İki karmaşık sayının eşitliğinden

$a=2$ ve $\sqrt{a^2+(b-1)^2}-b=6$ yazılır.

Buradan $a=2 \Rightarrow \sqrt{4+(b-1)^2}=6+b$ olur.

Eşitliğin her iki tarafının parantez karesi alınırsa

$4+\cancel{b^2}-2b+1=36+12b+\cancel{b^2}$

$-31=10b$

$b=-\dfrac{31}{14}$ dur.

O halde, $z=a+bi \Rightarrow \mathbf{z=2-\dfrac{31}{14}i}$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 22

1. $z\cdot\bar{z}=36$

olduğuna göre, $|z^2|+4|z|-|\bar{z}|+8$ ifadesinin değeri nedir?

A) 68 B) 62 C) 56 D) 50 E) 44

2. $z_1=4+2i$ ve $z_2=3-4i$

karmaşık sayıları için $\left|\dfrac{z_1+z_2}{z_1\cdot z_2}\right|$ değeri kaçtır?

A) $\dfrac{\sqrt{265}}{50}$ B) $\dfrac{\sqrt{260}}{50}$ C) $\dfrac{\sqrt{255}}{25}$ D) $\dfrac{\sqrt{240}}{25}$ E) $\dfrac{\sqrt{215}}{30}$

3. $z=2+i$

olduğuna göre, $|z^2|+2|z\cdot\bar{z}|+2$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 16 E) 17

4. $|z|-2i=z+2$

eşitliğini sağlayan $|z|$ değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{6}$ E) 3

5. $|z-i|+2+z=3-i$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının imajiner kısmı kaçtır?

A) −6 B) −3 C) −2 D) −1 E) 2

1–B 2–A 3–E 4–B 5–D

Bir Karmaşık Sayının Mutlak Değeri – 4

ÖĞRETEN SORU – 55

z herhangi bir karmaşık sayı olmak üzere;

$|z+\bar{z}|^2+|z-\bar{z}|^2$

ifadesinin değeri nedir?

Çözüm:

$z=x+yi$ ise $\bar{z}=x-yi$ olur.

$|z+\bar{z}|^2+|z-\bar{z}|^2 \Rightarrow$

$|x+yi+x-yi|^2+|x+yi-(x-yi)|^2$

$|2x|^2+|x+yi-x+yi|^2$

$|2x|^2+|2yi|^2=(\sqrt{(2x)^2})^2+(\sqrt{(2y)^2})^2$

$=(2x)^2+(2y)^2$

$=2^2(x^2+y^2)=\mathbf{4|z|^2}$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 56

$z=x+yi$ ve $|z|\cdot|\bar{z}|+2xy=9$

ise $x+y$ toplamının değeri kaçtır?

Çözüm:

$z=x+yi \Rightarrow |z|=|\bar{z}|=\sqrt{x^2+y^2}$ olur.

$|z|\cdot|\bar{z}|+2xy=9 \Rightarrow \sqrt{x^2+y^2}.\sqrt{x^2+y^2}+2xy=9$

$\Rightarrow x^2+y^2+2xy=9$

$\Rightarrow (x+y)^2=3^2$

$\Rightarrow \mathbf{x+y=3}$ veya $\mathbf{x+y=-3}$

bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 57

$z=\dfrac{\tan x+i}{1-i\cot x}$

ise $|z|$ ifadesinin değeri nedir?

Çözüm:

$$\left|\frac{\tan x+i}{1-i\cot x}\right|=\frac{\sqrt{\tan^2x+1^2}}{\sqrt{1+\cot^2x}}=\sqrt{\frac{\dfrac{\sin^2x}{\cos^2x}+1}{1+\dfrac{\cos^2x}{\sin^2x}}}$$

$$=\sqrt{\frac{\sin^2x+\cos^2x}{\cos^2x}\cdot\frac{\sin^2x}{\sin^2x+\cos^2x}}=\sqrt{\tan^2x}=\mathbf{|\tan x|}$$

bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 23

1. $z+\bar{z}=4$ ve $\bar{z}-z=8i$

olduğuna göre, $|z|$ kaçtır?

A) $2\sqrt{3}$ B) 4 C) $3\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{5}$ E) 5

2. $z=\dfrac{3}{2-i}$

karmaşık sayısı için $\dfrac{z}{|z|}$ sayısının reel kısmı kaçtır?

A) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ B) $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$ C) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ D) $\dfrac{2\sqrt{6}}{6}$ E) $\dfrac{2\sqrt{5}}{15}$

3. $z=3-3\sqrt{3}i$

olduğuna göre, $|z^{-1}|$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 6 B) 3 C) 2 D) $\dfrac{1}{6}$ E) $\dfrac{1}{3}$

4. $z=\dfrac{(2+i)\cdot(x-2i)}{2\sqrt{11}-\sqrt{6}i}$ ve $|z|=1$

olduğuna göre, x in pozitif değeri kaçtır?

A) $2\sqrt{2}$ B) $\sqrt{6}$ C) $\sqrt{5}$ D) 2 E) $\sqrt{3}$

5. $z=\dfrac{a+2i-b}{2+bi-ai}$

karmaşık sayısının başlangıç noktasına olan uzaklığı kaç br dir?

A) 4 B) $2\sqrt{2}$ C) 2 D) $\sqrt{2}$ E) 1

1–D 2–C 3–D 4–B 5–E

Bir Karmaşık Sayının Mutlak Değeri – 5

ÖĞRETEN SORU – 58

$z = x + yi$ ve $|z+4| = \sqrt{z \cdot \bar{z}}$

ise Re(z) değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

$z = x + yi$ ise,

$|z+4| = \sqrt{z \cdot \bar{z}}$

$|x+yi+4| = \sqrt{(x+yi)\cdot(x-yi)}$

$\sqrt{(x+4)^2+y^2} = \sqrt{x^2+y^2}$

$x^2+8x+16+y^2 = x^2+y^2$

$8x = -16$

$x = -2$

Buna göre, $Re(z) = x = -2$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 59

$2|\bar{z}| + |z| = 6\sqrt{13}$ ve $Re(z) \cdot Im(z) = 24$

ise z ifadesinin değeri nedir?

($Re(z) > Im(z) > 0$)

ÇÖZÜM:

$z = x + yi$ olmak üzere,

$2|\bar{z}|+|z| = 6\sqrt{13} \Rightarrow 2\sqrt{x^2+y^2}+\sqrt{x^2+y^2} = 6\sqrt{13}$

$\Rightarrow 3\sqrt{x^2+y^2} = 6\sqrt{13}$

$\Rightarrow \sqrt{x^2+y^2} = 2\sqrt{13}$

$\Rightarrow x^2+y^2 = 52$ dir.

$Re(z) \cdot Im(z) = 24 \Rightarrow x \cdot y = 24$ tür.

$(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy$

$(x+y)^2 = 52+48 = 100 \Rightarrow x+y = 10$ dur.

Buradan $x = 6$ ve $y = 4$ olduğundan,

$z = x + yi \Rightarrow z = 6 + 4i$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 24

1. $z = x + yi$ olmak üzere;
   $|z - 6i| = \sqrt{z \cdot \bar{z}}$
   olduğuna göre, Im(z) kaçtır?
   A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $z = x + yi$ olmak üzere;
   $|\bar{z}|+|z| = 8\sqrt{5}$ ve $Re(z) \cdot Im(z) = 32$
   olduğuna göre, **Re(z) kaçtır?** ($Re(z) > Im(z) > 0$)
   A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 16

3. $z = x + yi$ olmak üzere;
   $|Re(z)| + |Im(z)| \le 4$
   eşitsizliğini sağlayan z karmaşık sayılarına karşılık gelen noktalar kümesi nedir?
   A) $x + y \le 4$ B) $x + y \ge 4$ C) $x^2 + y^2 \le 16$
   D) $x^2 + y^2 < 16$ E) $x^2 + y^2 \le 4$

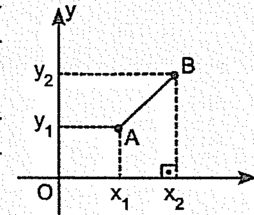
4. $z = x + yi$ olmak üzere;
   $A = \{z \mid -3 \le Re(z) \le 4 \ , \ z \in C\}$
   $B = \{z \mid 1 \le Im(z) \le 5 \ , \ z \in C\}$
   olduğuna göre, **$A \cap B$ kümesinin oluşturduğu dörtgenin alanı kaç br^2 dir?**
   A) 12 B) 18 C) 24 D) 28 E) 32

5. $Im(z) < 0$ olmak üzere;
   $Re(z) + Im(z) = -7$
   $|z| = 13$
   olduğuna göre, **Re(z) kaçtır?**
   A) –6 B) –5 C) 4 D) 5 E) 12

1–B 2–C 3–A 4–D 5–D

İki Karmaşık Sayı Arasındaki Uzaklık

$z_1 = x_1 + y_1 i$ karmaşık sayısının karmaşık sayılar düzlemindeki görüntüsü $A(x_1, y_1)$; $z_2 = x_2 + y_2 i$ karmaşık sayısının karmaşık sayılar düzlemindeki görüntüsü $B(x_2, y_2)$ olsun. Bu iki karmaşık sayı arasındaki uzaklık;



$|AB| = |z_1 - z_2| = \sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$ dir.

ÖĞRETEN SORU – 60

$z_1 = 5 - 2i$ ve $z_2 = 3 + 6i$

karmaşık sayıları arasındaki uzaklık kaç br dir?

ÇÖZÜM:

z_1 : Karmaşık sayısının görüntüsü (5, –2)

z_2 : Karmaşık sayısının görüntüsü (3, 6)

$|z_1 - z_2| = \sqrt{(5-3)^2+(-2-6)^2}$

$= \sqrt{4+64} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$ br bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 61

$z_1 = 3 + xi$ ve $z_2 = 4 - 3i$

karmaşık sayıları arasındaki uzaklık 6 br ise x değerleri nedir?

ÇÖZÜM:

$z_1 = 3 + xi$ ve $z_2 = 4 - 3i$

$|z_1 - z_2| = \sqrt{(3-4)^2+(x+3)^2}$

$6 = \sqrt{1+(x+3)^2}$

$36 = 1+(x+3)^2$

$x+3 = \mp\sqrt{35} \Rightarrow x_1 = -3+\sqrt{35}$

$x_2 = -3-\sqrt{35}$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 62

$z_1 = 2 - 3yi$ ve $z_2 = 5x + i$

karmaşık sayıları için $|z_1 - z_2| = \sqrt{13}$ koşulu için x ile y arasındaki bağıntı nedir?

ÇÖZÜM:

$|z_1 - z_2| = \sqrt{(2-5x)^2+(-3y-1)^2}$

$\sqrt{13} = \sqrt{(2-5x)^2+(-1-3y)^2}$

$13 = (5x-2)^2 + (-3y-1)^2$

$13 = (5x-2)^2 + (3y+1)^2$ bağıntısı bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 25

1. **$z_1 = 4 - 3i$ ve $z_2 = 6 + 2i$**
   karmaşık sayıları arasındaki uzaklık kaç br dir?
   A) $2\sqrt{7}$ B) $\sqrt{29}$ C) $\sqrt{30}$ D) $\sqrt{31}$ E) $4\sqrt{2}$

2. $z_1 = 1 + ai$ ve $z_2 = 5 - 4i$
   karmaşık sayıları arasındaki uzaklık 5 br olduğuna göre,
   a değerlerinin çarpımı kaçtır?
   A) –8 B) –7 C) –5 D) 6 E) 7

3. **$z_1 = 4 - 2yi$ ve $z_2 = 2x - i$**
   karmaşık sayıları için $|z_1 - z_2| = \sqrt{15}$ koşulu için x ile y arasındaki bağıntı nedir?
   A) $(2x + 4)^2 + (2y - 1)^2 = 15$
   B) $(2x - 4)^2 + (2y + 1)^2 = 15$
   C) $(2x + 4)^2 + (2y + 1)^2 = 15$
   D) $(2x - 4)^2 + (2y - 1)^2 = 15$
   E) $(2x - 4)^2 + (2y - 1)^2 = \sqrt{15}$

4. $z_1 = a + 3i$
   $z_2 = 2a - 2i$
   karmaşık sayıları arasındaki uzaklık 6 br olduğuna göre,
   a nın alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır?
   A) 11 B) 7 C) 5 D) -7 E) -11

5. **$-4 + 5i$, $2 - 3i$, $-4 + 3i$**
   noktalarını köşe kabul eden üçgeninin çevresi kaç br dir?
   A) 18 B) $14 + 6\sqrt{2}$ C) $12 + 6\sqrt{2}$
   D) $16 + 6\sqrt{2}$ E) $12 + 4\sqrt{2}$

1–B 2–E 3–D 4–E 5–C

Karmaşık Düzlemde Görüntü – 1

ÖĞRETEN SORU – 63

$|z - 2i| = |z - 2|$

eşitliğinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü nedir?

ÇÖZÜM:

$z = x + yi$ olsun.

$|x + yi - 2i| = |x + yi - 2|$

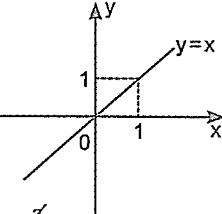
$|x + i(y-2)| = |x - 2 + yi|$

$x^2 + (y-2)^2 = (x-2)^2 + y^2$

$\cancel{x^2} + \cancel{y^2} - 4y + \cancel{4} = \cancel{x^2} - 4x + \cancel{4} + \cancel{y^2}$

$-4y = -4x$

$y = x$ (1. açıortay)



ÖĞRETEN SORU – 64

$|z + 1 - 2i| \le |z - 2 + i|$

eşitsizliğinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü nedir?

ÇÖZÜM:

$z = x + yi$ olsun.

$|x + yi + 1 - 2i| \le |x + yi - 2 + i|$

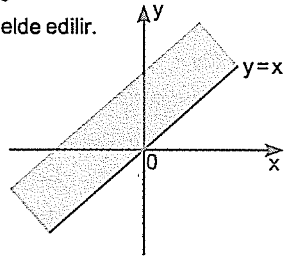
$|x + 1 + (y-2)i| \le |(x-2) + (y+1)i|$

$\sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2} \le \sqrt{(x-2)^2 + (y+1)^2}$

$\cancel{x^2} + 2x + 1 + \cancel{y^2} - 4y + 4 \le \cancel{x^2} - 4x + 4 + \cancel{y^2} + 2y + 1$

$6x - 6y \le 0$

$x - y \le 0$ elde edilir.



ÖĞRETEN SORU – 65

$|z + 3| > |z + 1 - i|$

eşitsizliğinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü nedir?

ÇÖZÜM:

$z = x + yi$ olsun.

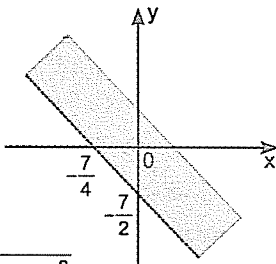
$|x + yi + 3| > |x + yi + 1 - i|$

$|x + 3 + yi| > |x + 1 + (y-1)i|$

$\sqrt{(x+3)^2 + y^2} > \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2}$

$\cancel{x^2} + 6x + 9 + \cancel{y^2} > \cancel{x^2} + 2x + 1 + \cancel{y^2} - 2y + 1$

$4x + 2y + 7 > 0$ elde edilir.



ÖĞRETEN MİNİ TEST – TEST 26

1. $|z - 3i| = |z + 3|$

eşitliğinin karmaşık düzlemdeki geometrik yeri nedir?

A) $x + y = 1$ B) $x + y = 0$ C) $x + y = -1$

D) $x - y = 0$ E) $x - y = 1$

2. $|z + 2 - 3i| \le |z - 3 - 2i|$

eşitsizliğinin karmaşık düzlemdeki geometrik yeri nedir?

A) $y \le x$ B) $y \le 2x$ C) $y \ge 2x$

D) $y \ge 5x$ E) $y \le 5x$

3. $|z + 2| > |z + 1 - i|$

eşitsizliğinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü nedir?

A) B) C) D) E)

4. $|z + 2 - 3i| \le |z - 3 + i|$

eşitsizliğinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü nedir?

A) B) C) D) E)

1-B 2-D 3-C 4-D

Karmaşık Düzlemde Görüntü – 2

- $x^2 + y^2 = r^2$ çember denkleminin merkezi M(0, 0) ve yarıçapı r dir.
- $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ çember denkleminin merkezi M(a, b) ve yarıçapı r dir.

1. $\{z : |z - (a + bi)| = r \ , \ z \in C\}$ kümesinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü, merkezi M(a, b) ve yarıçapı r olan çemberdir.
2. $\{z : z - (a + bi) < r \ , \ z \in C\}$ kümesinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü merkezi M(a, b) ve yarıçapı r olan çemberin iç bölgesidir.
3. $\{z : z - (a + bi) > r \ , \ z \in C\}$ kümesinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü merkezi M(a, b) ve yarıçapı r olan çemberin dış bölgesidir.
4. $\{z : r_1 < |z - (a + bi)| < r_2 \ , \ z \in C\}$ kümesinin karmaşık düzlemindeki görüntüsü, merkezleri M(a, b), yarıçapları r_1 ve r_2 olan çemberler arasındaki bölgedir.

ÖĞRETEN SORU – 66

$|z - 2| = 4$

eşitliğinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü nedir?

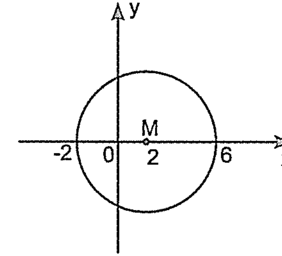
ÇÖZÜM:

$z = x + yi$ olsun.

$|x + yi - 2| = 4 \Rightarrow \sqrt{(x-2)^2 + y^2} = 4$

$\Rightarrow (x-2)^2 + y^2 = 16$

Bu eşitlik, merkezi (2, 0) ve yarıçapı 4 olan çember gösterir.



ÖĞRETEN SORU – 67

$|z - 1 - 3i| = 3$

eşitliğinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü nedir?

ÇÖZÜM:

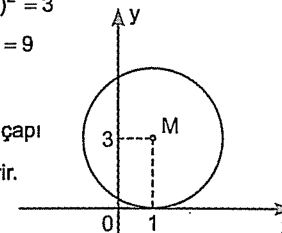
$z = x + yi$ olsun.

$|x + yi - 1 - 3i| = 3 \Rightarrow |(x-1) + (y-3)i| = 3$

$\Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y-3)^2} = 3$

$\Rightarrow (x-1)^2 + (y-3)^2 = 9$

Bu eşitlik, merkezi (1, 3) ve yarıçapı 3 olan çember gösterir.



ÖĞRETEN MİNİ TEST – TEST 27

1. $|z - 4| = 2$

eşitliğinin karmaşık düzlemdeki geometrik yeri nedir?

A) $(x+4)^2 + y^2 = 4$ B) $(x-4)^2 + y^2 = 2$

C) $(x-4)^2 + y^2 = 4$ D) $x^2 + (y-4)^2 = 4$

E) $x^2 + (y+4)^2 = 4$

2. $|z - 2 + 3i| = 4$

eşitliğinin karmaşık düzlemdeki geometrik yeri nedir?

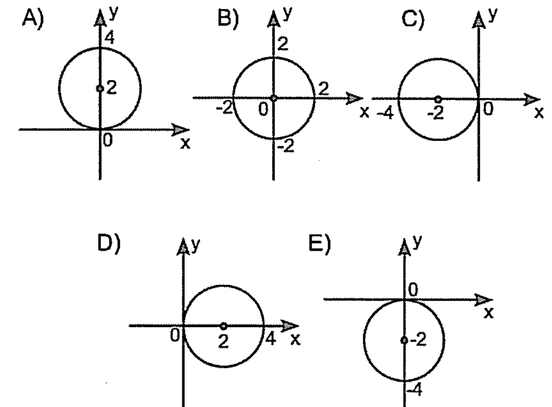
A) $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 4$ B) $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 16$

C) $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 16$ D) $(x+3)^2 + (y+2)^2 = 16$

E) $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 16$

3. $|z - 2i| = 2$

eşitliğinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü nedir?



4. $|z + 2 - i| = 2$

eşitliğinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü nedir?

A) B) C) D) E)

1-C 2-B 3-A 4-A

Karmaşık Düzlemde Görüntü – 3

ÖĞRETEN SORU – 68

$|z+1+2i|<3$

eşitsizliğinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü nedir?

Çözüm:

$z=x+yi$ olsun.

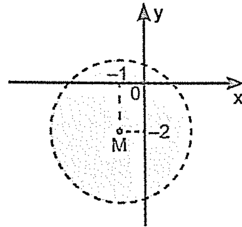
$|x+yi+1+2i|<3 \Rightarrow \sqrt{(x+1)^2+(y+2)^2}<3$

$\Rightarrow (x+1)^2+(y+2)^2<9$

M(–1, –2) ve

r = 3 olan

çemberin iç bölgesidir.



ÖĞRETEN SORU – 69

$|z-2i|\geq 1$

eşitsizliğinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü nedir?

Çözüm:

$z=x+yi$ olsun.

$|x+yi-2i|\geq 1 \Rightarrow \sqrt{x^2+(y-2)^2}\geq 1$

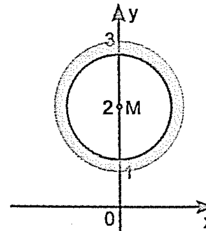
$\Rightarrow x^2+(y-2)^2\geq 1$

M(0, 2) ve

r = 1 olan

çember ve çemberin

dış bölgesidir.



ÖĞRETEN SORU – 70

$3\leq|z+i|\leq 4$

eşitsizliğinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü nedir?

Çözüm:

$z=x+yi$ olsun.

$3\leq|x+yi+i|\leq 4$

$3\leq\sqrt{x^2+(y+1)^2}\leq 4$

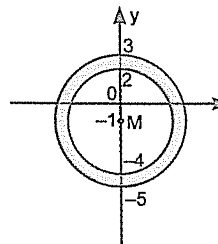
$9\leq x^2+(y+1)^2\leq 16$

M(0, –1),

$r_1=3$ ve

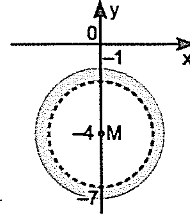
$r_2=4$ olan çemberlerin

arasındaki bölgedir.



ÖĞRETEN MİNİ TEST 28

1. Şekildeki taralı bölgenin karmaşık sayılardaki ifadesi nedir?



A) $|z+4|>3$ B) $|z-4|<3$ C) $|z-4i|>3$ D) $|z+4i|>3$ E) $|z+4i|\geq 3$

2. $2\leq|z+i|\leq 3$

eşitsizliğini sağlayan z karmaşık sayılarının düzlemde belirttiği bölgenin alanı kaç br^2 dir?

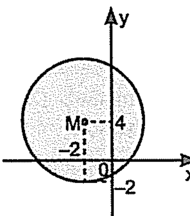
A) π B) 3π C) 5π D) 8π E) 10π

3. $1\leq z\cdot\bar{z}\leq 2$

ifadesinin belirttiği düzlemsel şeklin alanı kaç br^2 dir?

A) π B) 2π C) 3π D) 4π E) 5π

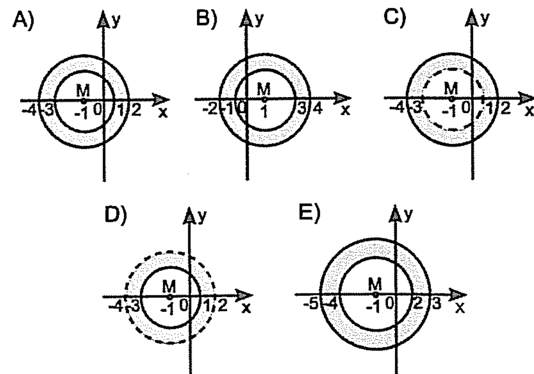
4. Şekildeki taralı bölgenin karmaşık sayılardaki ifadesi nedir?



A) $|z-2+4i|\leq 6$ B) $|z+2-4i|\leq 6$ C) $|z-2-4i|\leq 6$ D) $|z+2-4i|<6$ E) $|z-4+2i|\leq 6$

5. $2\leq|z+1|<3$

eşitsizliğinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü nedir?



1–D 2–C 3–A 4–B 5–D

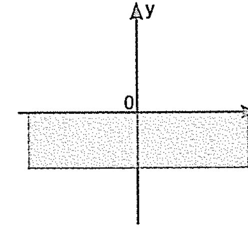
Karmaşık Düzlemde Görüntü – 4

ÖĞRETEN SORU – 71

$\left|\frac{z+i}{z-i}\right|\leq 1$

eşitsizliğinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü nedir?

Çözüm:



$z=x+yi$ olsun.

$\left|\frac{x+yi+i}{x+yi-i}\right|\leq 1$

$\sqrt{x^2+(y+1)^2}\leq\sqrt{x^2+(y-1)^2}$

$x^2+y^2+2y+1\leq x^2+y^2-2y+1$

$4y\leq 0$

$y\leq 0$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 72

$A=\{z: Re(z)\geq Im(z)$ ve $Re(z)\leq 1,\ z\in C\}$

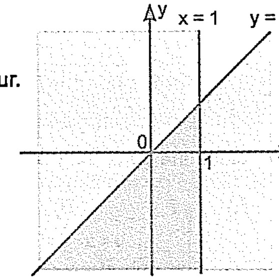
kümesinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü nedir?

Çözüm:

$z=x+yi$ olsun.

$Re(z)\geq Im(z) \Rightarrow x\geq y$ olur.

$Re(z)\leq 1 \Rightarrow x\leq 1$ olur.

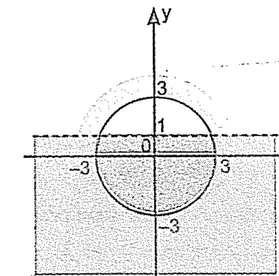


ÖĞRETEN SORU – 73

$A=\{z: Im(z)<1$ ve $z\cdot\bar{z}\geq 9,\ z\in C\}$

kümesinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü nedir?

Çözüm:



$z=x+yi$ olsun.

$Im(z)<1 \Rightarrow y<1$

$z\cdot\bar{z}\geq 9 \Rightarrow (x+yi)\cdot(x-yi)\geq 9$

$\Rightarrow x^2+y^2\geq 9$

M(0, 0) ve r = 3 olan çember ve çemberin dış bölgesidir.

ÖĞRETEN MİNİ TEST 29

1. $z=x+yi$ olmak üzere,

$\left|\frac{z+2i}{z-2i}\right|>1$

eşitsizliğinin karmaşık düzlemdeki geometrik yeri nedir?

A) $x>0$ B) $x<0$ C) $y>0$ D) $x+y<0$ E) $x+y>0$

2. $z=x+yi$ olmak üzere,

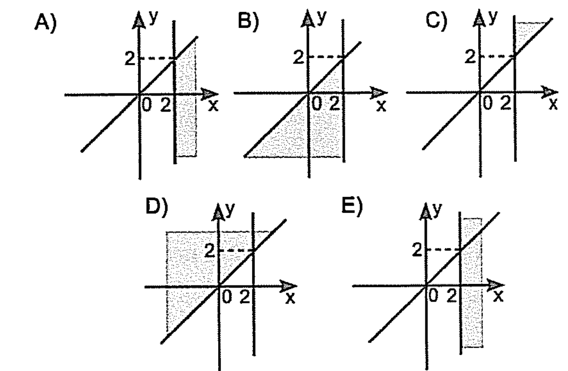
$\left|\frac{z+2}{z}\right|\leq 1$

eşitsizliğinin karmaşık düzlemdeki geometrik yeri nedir?

A) $x\leq 1$ B) $x\geq 1$ C) $x\leq -2$ D) $x\geq 2$ E) $x\leq -1$

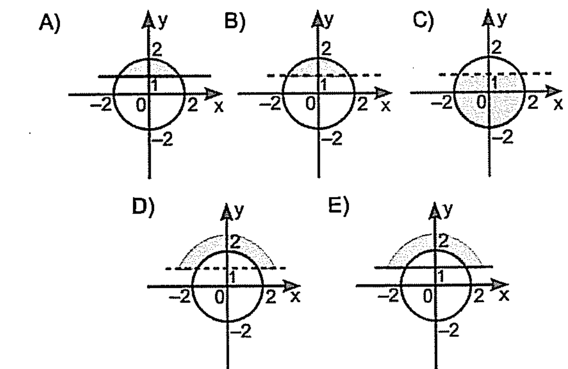
3. $A=\{z: Re(z)\leq Im(z)$ ve $Re(z)\geq 2,\ z\in C\}$

kümesinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü nedir?



4. $A\{z: Im(z)>1$ ve $z\cdot\bar{z}\leq 4,\ z\in C\}$

kümesinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü nedir?



1–C 2–E 3–C 4–B

Karmaşık Düzlemde Görüntü – 5

ÖĞRETEN SORU – 74

$A = \{z : |z - i + 1| \leq 1\ ,\ z \in C\}$

$B = \{z : |z - 2 - i| \leq 3\ ,\ z \in C\}$

ise $A \cap B$ kümesinin görüntüsü nedir?

ÇÖZÜM:

$z = x + yi$ olsun.

$(x + 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 1$ eşitsizliği

$M_1(-1, 1)$ merkezli,

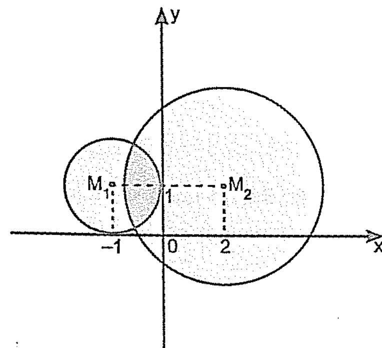
$r_1 = 1$ yarıçaplı çemberi ve iç bölgesini

$|x + yi - 2 - i| \leq 3$

$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 \leq 9$ eşitsizliği

$M_2(2, 1)$ merkezli, $r_2 = 3$ yarıçaplı çemberi ve iç bölgesini gösterir.

Bu durumda $A \cap B$ kümesi aşağıdaki taralı bölgedir.



ÖĞRETEN SORU – 75

$A = \{z: |z - 2 - 3i| \leq 2\ ,\ z \in C\}$

$B = \{z: Re(z) \geq Im(z)\ ,\ z \in C\}$

ise $A \cap B$ kümesinin görüntüsü nedir?

ÇÖZÜM:

$z = x + yi$ olsun.

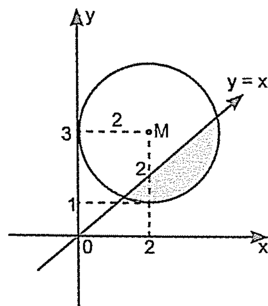
$|x + yi - 2 - 3i| \leq 2$

$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 \leq 4$ eşitsizliği

$M(2, 3)$ merkezli, $r = 2$ yarıçaplı çemberi ve iç bölgesini

$Re(z) \geq Im(z) \Rightarrow x \geq y$ bulunur.

Bu durumda $A \cap B$ kümesi aşağıdaki taralı bölgedir.

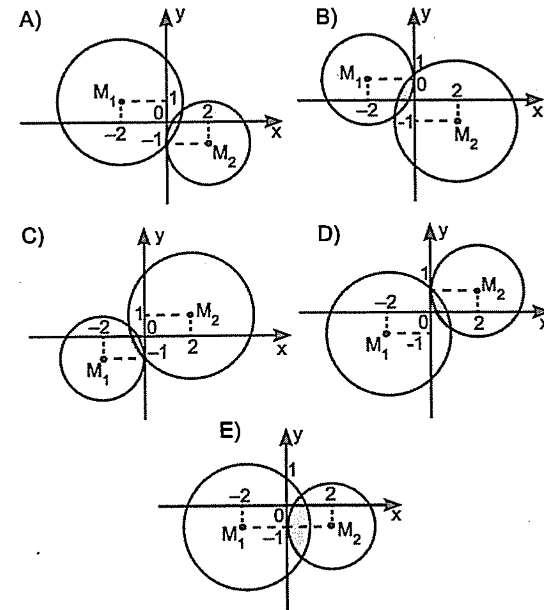


ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 30

1. $A = \{z: |z - i + 2| \leq 2\ ,\ z \in C\}$

$B = \{z: |z - 2 + i| \leq 3\ ,\ z \in C\}$

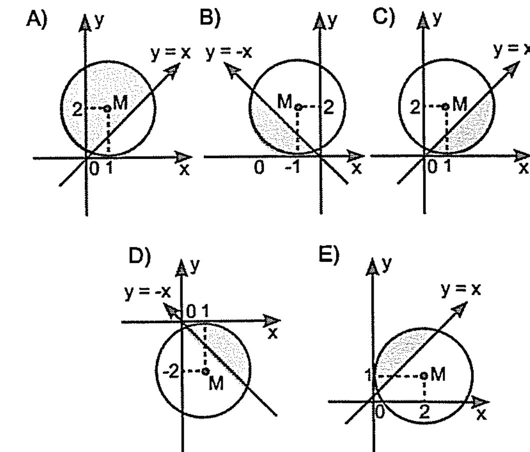
olduğuna göre, **$A \cap B$ kümesinin görüntüsü nedir?**



2. $A = \{z : |z - 1 - 2i| \leq 2\ ,\ z \in C\}$

$B = \{z: Re(z) \leq Im(z)\ ,\ z \in C\}$

olduğuna göre, **$A \cap B$ kümesinin görüntüsü nedir?**



3. **$A = \{z \in C\ ,\ 16 \leq z \cdot \bar{z} \leq 36\ , z \in C\}$**

kümesine analitik düzlemde karşılık gelen bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 4π B) 9π C) 12π D) 16π E) 20π

1–B 2–A 3–E

Karmaşık Sayılar Arasındaki Uzaklığın En Büyük ve En Küçük Değerleri

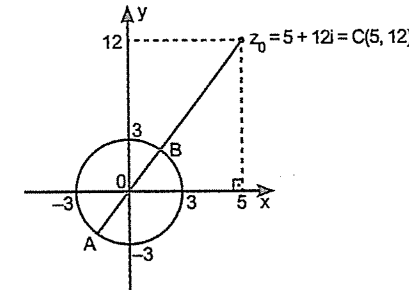
ÖĞRETEN SORU – 76

$z \in C$ olmak üzere;

$|z| \leq 3$ ise $|z - 5 - 12i|$

ifadesinin en küçük ve en büyük değerleri kaçtır?

ÇÖZÜM:



$|z - 5 - 12i| = |z - (5 + 12i)|$ ifadesi

z ile z_0 arasındaki uzaklığı gösterir.

A ile C noktası arasındaki uzaklık en büyük, B ile C noktası arasındaki uzaklık en küçük mesafedir.

Pisagor teoreminden

$|OC| = 13$ br

$|OB| = r = 3$ br $\Rightarrow$ $|BC| = 10$ br en küçük değer

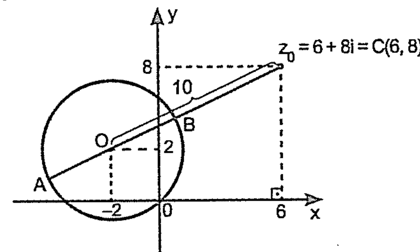
$|AC| = |AO| + |OC| = 3 + 13 = 16$ br en büyük değer bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 77

$|z + 2 - 2i| \leq 3$

olduğuna göre, $|z - 6 - 8i|$ ifadesinin en küçük ve en büyük değerleri nedir?

ÇÖZÜM:



$|z + 2 - 2i|$ ifadesi $M(-2, 2)$ ve yarıçapı 3 br olan daireye ait olan noktalardır.

$|z - 6 - 8i|$ ifadesi ise $|z - (6 + 8i|$ yani $z_0 = 6 + 8i$ karmaşık sayısı ile z karmaşık sayıları arasındaki uzaklığı ifade etmektedir. A ile C arasındaki uzaklık en büyük ise

$|AC| = |AO| + |OC| \Rightarrow |AC| = 3 + 10 = 13$ br dir.

B ile C arasındaki uzaklık en küçük ise

$|BC| = |OC| - |OB| \Rightarrow |BC| = 10 - 3 = 7$ br bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 31

1. $|z| \leq 2$ olduğuna göre,

$|z - 7 + 24i|$

ifadesinin en küçük ve en büyük değerleri sırasıyla nedir?

A) {25, 27} B) {15, 17} C) {21, 29} D) {23, 27} E) {23, 25}

2. $|z| \leq 3$ olduğuna göre,

$|z - 5 + 12i|$

ifadesinin en küçük değeri nedir?

A) 7 B) 9 C) 10 D) 13 E) 16

3. **$|z| = 2$ ve $|z - 6| = 4$**

ile belirtilen çemberlerin en uzak noktaları arasındaki uzaklık kaç br dir?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 13

4. $|z + 2 + 3i| = 3$ olduğuna göre,

$|z + 8 - 5i|$

ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

A) 7 B) 9 C) 10 D) 12 E) 13

5. $|z - 2 + i| = 3$ olduğuna göre,

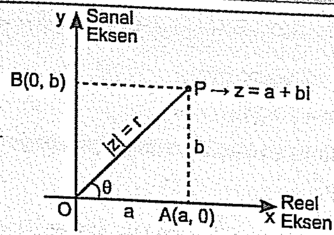
$|z + 10 - 4i|$

ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

A) 9 B) 11 C) 12 D) 15 E) 16

1–D 2–C 3–D 4–A 5–E

Karmaşık Sayıların Kutupsal Gösterimi – 1



$z = a + bi$ karmaşık sayısının düzlemdeki görüntüsü P olsun. [OP ışınının x ekseni ile pozitif yönde yaptığı açının esas ölçüsü θ olsun.

OAP üçgeninde $|OP| = |z| = r$ ve $m(\widehat{POA}) = \theta$ olmak üzere;

$\cos\theta = \frac{a}{|z|} \Rightarrow a = |z| \cdot \cos\theta$

$\sin\theta = \frac{b}{|z|} \Rightarrow b = |z| \cdot \sin\theta$ olur.

Bulduğumuz bu değerleri $z = a + bi$ eşitliğinde yerine koyalım.

$z = |z| \cdot \cos\theta + i|z| \cdot \sin\theta$

$z = |z| \cdot (\cos\theta + i\sin\theta)$ bulunur.

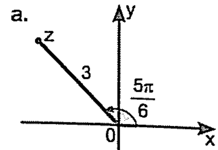
$|z| = r$ olduğundan **$z = r \cdot (\cos\theta + i\sin\theta)$ bulunur.**

Bu gösterime, karmaşık sayının **kutupsal (trigonometrik)** gösterimi denir.

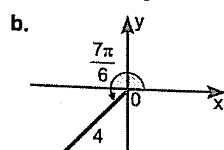
$\cos\theta + i\sin\theta$ yerine $\text{cis}\theta$ yazılabileceğinden **$z = r \cdot \text{cis}\theta$** gösterimi de kullanabiliriz.

ÖĞRETEN SORU – 78

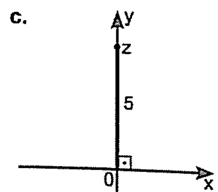
Aşağıdaki karmaşık düzlemde gösterilmiş karmaşık sayılar, kutupsal biçimde yazılmıştır. İnceleyiniz.

a.


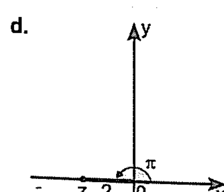
$z = 3 \cdot \left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$

b.


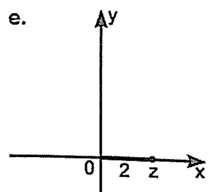
$z = 4 \cdot \left(\cos\frac{7\pi}{6} + i\sin\frac{7\pi}{6}\right)$

c.


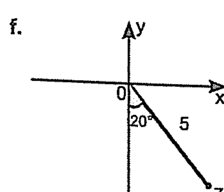
$z = 5 \cdot \left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$

d.


$z = 2 \cdot (\cos\pi + i\sin\pi)$

e.


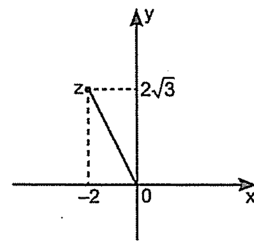
$z = 2 \cdot (\cos0° + i\sin0°)$

f.


$z = 5 \cdot (\cos290° + i\sin290°)$

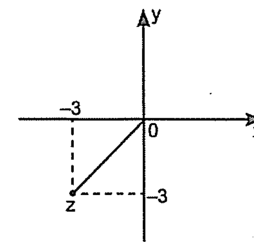
ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 32

1. Yandaki karmaşık düzlemde gösterilmiş karmaşık sayının kutupsal biçimde yazılışı nedir?



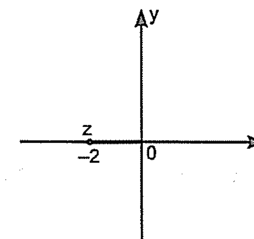
A) $4\text{cis}\frac{2\pi}{3}$ B) $8\text{cis}\frac{2\pi}{3}$ C) $4\sqrt{3}\text{cis}\frac{5\pi}{6}$
D) $4\text{cis}\frac{5\pi}{6}$ E) $4\sqrt{3}\text{cis}\frac{2\pi}{3}$

2. Yandaki karmaşık düzlemde gösterilmiş karmaşık sayının kutupsal biçimde yazılışı nedir?



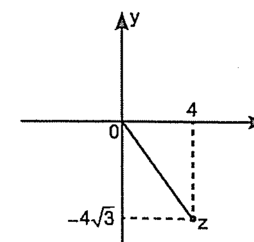
A) $3\sqrt{2}\text{cis}\frac{4\pi}{3}$ B) $2\text{cis}\frac{5\pi}{4}$ C) $3\sqrt{2}\text{cis}\frac{5\pi}{4}$
D) $3\sqrt{2}\text{cis}\frac{3\pi}{4}$ E) $3\text{cis}\frac{3\pi}{4}$

3. Yandaki karmaşık düzlemde gösterilmiş karmaşık sayının kutupsal biçimde yazılışı nedir?



A) $2\text{cis}\frac{\pi}{2}$ B) $4\text{cis}\pi$ C) $2\text{cis}\frac{3\pi}{4}$
D) $2\text{cis}\pi$ E) $2\text{cis}2\pi$

4. Yandaki karmaşık düzlemde gösterilmiş karmaşık sayının kutupsal biçimde yazılışı nedir?



A) $8\sqrt{3}\text{cis}\frac{11\pi}{6}$ B) $8\sqrt{3}\text{cis}\frac{5\pi}{3}$ C) $8\text{cis}\frac{7\pi}{4}$
D) $8\text{cis}\frac{11\pi}{6}$ E) $8\text{cis}\frac{5\pi}{3}$

1–A 2–C 3–D 4–E

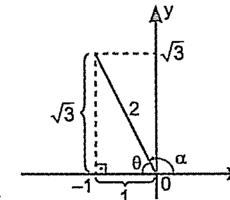
Karmaşık Sayıların Kutupsal Gösterimi – 2

ÖĞRETEN SORU – 79

$z = -1 + \sqrt{3}i$

karmaşık sayısının kutupsal biçimde gösterimi nedir?

Çözüm:



$|z| = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2}$

$r = |z| = 2$ br dir.

$\tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$ ise,

$\theta = 60° = \frac{\pi}{3}$ tür.

$\alpha = \pi - \theta \Rightarrow \alpha = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$

olacağından z nin kutupsal biçimi;

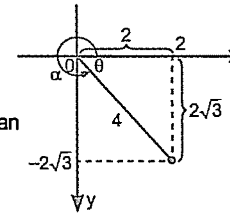
$z = 2\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 80

$z = 2 - 2\sqrt{3}i$

karmaşık sayısının kutupsal biçimde gösterimi nedir?

Çözüm:



$|z| = \sqrt{(2)^2 + (-2\sqrt{3})^2}$

$|z| = \sqrt{4 + 12} = 4$ br dir.

$\alpha = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$ olacağından

$\tan\theta = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ ise

$\theta = 60° = \frac{\pi}{3}$ tür.

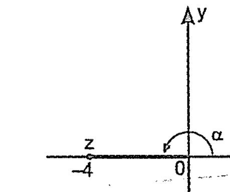
$z = 4\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 81

$z = -4$

karmaşık sayısının kutupsal biçimde gösterimi nedir?

Çözüm:



$r = |z| = |-4| = 4$ br dir.

$\alpha = 180° = \pi$ olduğundan

$z = 4(\cos\pi + i\sin\pi)$

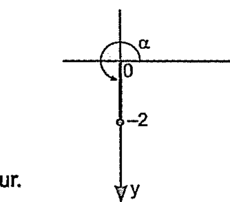
bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 82

$z = -2i$

karmaşık sayısının kutupsal biçimde gösterimi nedir?

Çözüm:



$r = |z| = |-2| = 2$ br dir.

$\alpha = 270° = \frac{3\pi}{2}$ olduğundan

$z = 2\left(\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2}\right)$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 33

1. **$z = -1 + i$**

karmaşık sayısının kutupsal gösterimi nedir?

A) $2\text{cis}\frac{\pi}{4}$ B) $2\text{cis}\frac{3\pi}{4}$ C) $\sqrt{2}\text{cis}\frac{3\pi}{4}$
D) $\sqrt{2}\text{cis}\frac{7\pi}{4}$ E) $\sqrt{2}\text{cis}\frac{\pi}{4}$

2. **$z = -2$**

karmaşık sayısının kutupsal gösterimi nedir?

A) $4\text{cis}\pi$ B) $2\text{cis}\pi$ C) $4\text{cis}\frac{3\pi}{2}$
D) $4\text{cis}2\pi$ E) $2\text{cis}2\pi$

3. **$z = -4 - 4i$**

karmaşık sayısının kutupsal gösterimi nedir?

A) $4\text{cis}\frac{7\pi}{4}$ B) $4\sqrt{2}\text{cis}\frac{7\pi}{4}$ C) $4\sqrt{2}\text{cis}\frac{5\pi}{4}$
D) $4\text{cis}\frac{7\pi}{4}$ E) $4\sqrt{2}\text{cis}\frac{3\pi}{4}$

4. **$z = -2\sqrt{3} + 2i$**

karmaşık sayısının kutupsal gösterimi nedir?

A) $4\text{cis}\frac{2\pi}{3}$ B) $4\text{cis}\frac{4\pi}{3}$ C) $4\text{cis}\frac{3\pi}{4}$
D) $4\text{cis}\frac{5\pi}{6}$ E) $4\sqrt{2}\text{cis}\frac{5\pi}{6}$

5. **$z = -6i$**

karmaşık sayısının kutupsal gösterimi nedir?

A) $6\text{cis}\frac{\pi}{2}$ B) $6\text{cis}2\pi$ C) $6\text{cis}\pi$
D) $6\text{cis}\frac{3\pi}{2}$ E) $3\text{cis}\frac{3\pi}{2}$

1–C 2–B 3–C 4–D 5–D

Karmaşık Sayıların Kutupsal Gösterimi – 3

ÖĞRETEN SORU – 83

Kutupsal koordinatları $\left(4, \frac{\pi}{4}\right)$ olan karmaşık sayının x + yi biçiminde eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

Koordinatları $\left(4, \frac{\pi}{4}\right)$ ise,

$|z| = 4$ ve $Arg(z) = \frac{\pi}{4}$ tür. Buna göre,

$z = 4\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ olur.

$z = 4\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 2\sqrt{2} + i2\sqrt{2}$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 84

$z = 6cis210°$

sayısının standart biçimde gösterimi nedir?

ÇÖZÜM:

$z = 6cis210°$

$= 6(\cos210° + i\sin210°)$

$= 6(-\cos30° - i\sin30°)$

$= 6\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - i\frac{1}{2}\right)$

$= -3\sqrt{3} - 3i$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 85

$z = \sqrt{3} - i$

olduğuna göre, $-(\bar{z})$ sayısının kutupsal biçimde gösterimi nedir?

ÇÖZÜM:

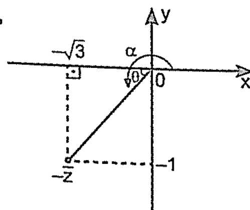
$z = \sqrt{3} - i \Rightarrow \bar{z} = \sqrt{3} + i \Rightarrow -\bar{z} = -\sqrt{3} - i$ olur.

$|-\bar{z}| = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + (-1)^2} = 2$ br olur.

$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{-1}{-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ise,

$\theta = 30° = \frac{\pi}{6}$ dır.

$\alpha = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$



olacağından z nin kutupsal biçimi:

$z = 2\left(\cos\frac{7\pi}{6} + i\sin\frac{7\pi}{6}\right)$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 34

1. **Kutupsal koordinatları $\left(6, \frac{\pi}{6}\right)$ olan karmaşık sayının standart biçimi nedir?**

A) $2\sqrt{3} + 2i$ B) $6\sqrt{3} + 6i$ C) $3\sqrt{3} + 3i$ D) $3\sqrt{3} - 3i$ E) $6\sqrt{3} - 6i$

2. **$z = 8cis300°$**

sayısının standart biçimde gösterimi nedir?

A) $4 - 4\sqrt{3}i$ B) $-4 + 4\sqrt{3}i$ C) $4\sqrt{3} - 4i$ D) $-4 - 4\sqrt{3}i$ E) $-4\sqrt{3} - 4i$

3. $z = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$

olduğuna göre, **$(-\bar{z})$ sayısının kutupsal gösterimi nedir?**

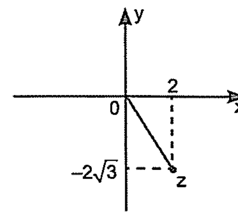
A) $2cis\frac{\pi}{4}$ B) $2cis\frac{3\pi}{4}$ C) $2cis\frac{5\pi}{4}$ D) $2cis\frac{7\pi}{4}$ E) $4cis\frac{5\pi}{4}$

4. $A\left(4, \frac{2\pi}{3}\right)$

ifadesi z nin kutupsal koordinatları olduğuna göre, **(z^{-1}) ifadesi nedir?**

A) $\left(4, \frac{2\pi}{3}\right)$ B) $\left(4, \frac{\pi}{3}\right)$ C) $\left(\frac{1}{4}, \frac{4\pi}{3}\right)$ D) $\left(\frac{1}{4}, \frac{2\pi}{3}\right)$ E) $\left(\frac{1}{4}, \frac{\pi}{3}\right)$

5. Yanda z karmaşık sayısı verilmiştir. Buna göre, **$(-\bar{z})$ ifadesinin kutupsal koordinatları nedir?**



A) $\left(4, \frac{7\pi}{6}\right)$ B) $\left(4, \frac{2\pi}{3}\right)$ C) $\left(4, \frac{4\pi}{3}\right)$ D) $\left(4, \frac{5\pi}{3}\right)$ E) $\left(2, \frac{4\pi}{3}\right)$

1–C 2–A 3–C 4–D 5–C

www.guryayinlari.com

Karmaşık Sayıların Kutupsal Gösterimi – 4
Esas Argüment

(|z| , θ) ikilisine z karmaşık sayısının kutupsal koordinatları denir.

ÖĞRETEN SORU – 86

$z = 1 + \cos50° + i\sin50°$

karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?

ÇÖZÜM:

$\left.\begin{aligned} \cos2\alpha &= \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ &= 2\cos^2\alpha - 1 \\ &= 1 - 2\sin^2\alpha \\ \sin2\alpha &= 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha \end{aligned}\right\}$ hatırlatma

$z = 1 + \cos50° + i\sin50°$

$= 1 + (2\cos^2 25° - 1) + i \cdot (2\sin25° \cdot \cos25°)$

$= 2\cos^2 25° + i \cdot 2\sin25° \cdot \cos25°$

$= \underbrace{2\cos25°}_{|z|=r}(\cos25° + i\sin25°)$

O halde, $Arg(z) = \alpha = 25°$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 87

$z = 1 - \cos40° + i\sin40°$

karmaşık sayısının esas argümenti ve modülü nedir?

ÇÖZÜM:

$z = 1 - \cos40° + i\sin40°$

$= 1 - (1 - 2\sin^2 20°) + i(2\sin20° \cdot \cos20°)$

$= 1 - 1 + 2\sin^2 20° + i(2\sin20° \cdot \cos20°)$

$= 2\sin^2 20° + i2\sin20° \cdot \cos20°$

$= 2\sin20° \cdot (\sin20° + i\cos20°)$

$= \underbrace{2\sin20°}_{|z|=r} \cdot (\cos70° + i\sin70°)$

O halde, $|z| = r = 2\sin20°$ ve $Arg(z) = \alpha = 70°$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 88

$z = -\sin40° - i\cos40°$

sayısının esas argümenti kaç derecedir?

ÇÖZÜM:

Verilen $z = -\sin40° - i\cos40°$ ifadesini

$z = \cos\alpha + i\sin\alpha$ şekline getirmeye çalışalım.

$z = -\sin40° - i\cos40°$

$z = -\cos50° - i\sin50°$

$z = -(\cos50° + i\sin50°)$

$-z = \cos50° + i\sin50°$ olur.

$z = \cos50° + i\sin50°$ 1. bölgede olduğundan $-z$ sayısı 3. bölgede olur. Buna göre, $z = -\sin40° - i\cos40°$

$z = \cos230° + i\sin230°$ sayısına eşittir.

O halde, **$Arg(z) = 230°$** bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 35

1. **$z = 1 + \cos70° + i\sin70°$**

karmaşık sayısının modülü ve esas argümenti sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A) {2cos35°, 35°} B) {2cos35°, 65°} C) {cos35°, 35°} D) {2sin35°, 35°} E) {2cos35°, 125°}

2. **$z = 1 - \cos50° + i\sin50°$**

karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?

A) 50° B) 65° C) 75° D) 115° E) 130°

3. **$z = \sin20° - i\cos20°$**

sayısının esas argümenti kaç derecedir?

A) 160° B) 200° C) 250° D) 290° E) 340°

4. **$z = -\sin50° + i\cos50°$**

sayısının esas argümenti kaç derecedir?

A) 130° B) 140° C) 220° D) 230° E) 320°

5. **$z = -\sin70° - i\cos70°$**

sayısının esas argümenti kaç derecedir?

A) 200° B) 210° C) 270° D) 290° E) 340

1–A 2–B 3–D 4–B 5–A

www.guryayinlari.com

Karmaşık Sayıların Kutupsal Gösterimi – 5
Esas Argüment

$\cos\theta = \frac{a}{r}$, $\sin\theta = \frac{b}{r}$ ve $\tan\theta = \frac{b}{a}$

eşitliklerini sağlayan θ gerçek sayısına z nin **argümenti** denir.

Arg(θ) biçiminde gösterilir.

$0 \le \theta \le 2\pi$ koşuluna uyan θ açısına z nin **esas argümenti** denir.

Arg(z) = θ biçiminde yazılır.

(|z|, θ) ikilisine z karmaşık sayısının **kutupsal koordinatları** denir.

ÖĞRETEN SORU – 89

$\bar{z} = 25 \cdot z^{-1}$ ve $\text{Arg}(z) = 120°$

ise z karmaşık sayısı nedir?

ÇÖZÜM:

$\bar{z} = 25 \cdot z^{-1} \Rightarrow \bar{z} = \frac{25}{z} \Rightarrow z \cdot \bar{z} = 25$ tir.

$z \cdot \bar{z} = |z|^2 \Rightarrow |z|^2 = 25 \Rightarrow |z| = 5$ olur.

$z = |z| \cdot (\cos\alpha + i\sin\alpha)$

$z = 5 \cdot (\cos 120° + i\sin 120°)$

$z = 5(-\cos 60° + i\sin 60°)$

$z = 5\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$z = -\frac{5}{2} + i\frac{5\sqrt{3}}{2}$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 90

$\text{Arg}(3z + i) - \text{Arg}(z + 3) = 0$

eşitliğinin belirttiği doğru denklemi nedir?

ÇÖZÜM:

$z = x + yi$ olsun.

$\text{Arg}(3z + i) - \text{Arg}(z + 3) = 0$

$\text{Arg}(3z + i) = \text{Arg}(z + 3)$

$\text{Arg}(3(x + yi) + i) = \text{Arg}(x + yi + 3)$

$\underbrace{\text{Arg}(3x + 3yi + i)}_{\tan\theta = \frac{3y+1}{3x}} = \underbrace{\text{Arg}(x + 3 + yi)}_{\tan\theta = \frac{y}{x+3}}$

$\frac{3y + 1}{3x} = \frac{y}{x + 3}$

$3xy + x + 9y + 3 = 3xy$

$\mathbf{x + 9y + 3 = 0}$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 36

1. $\bar{z} = 16 \cdot z^{-1}$ ve $\text{Arg}(z) = 210°$

olduğuna göre, **z karmaşık sayısı nedir?**

A) $\sqrt{3} + i$ B) $-\sqrt{3} - i$ C) $-2(\sqrt{3} - i)$

D) $-2(\sqrt{3} + i)$ E) $2(\sqrt{3} + i)$

2. **Arg(z + i) = Arg(z − 1)**

eşitliğinin belirttiği doğru denklemi nedir?

A) $x + y - 2 = 0$ B) $x - y + 1 = 0$

C) $x - y - 1 = 0$ D) $x - y - 3 = 0$

E) $x + y + 2 = 0$

3. **Arg(z + 3i − 4) = 135°**

denklemini sağlayan z karmaşık sayıları için, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) Re(z) + Im(z) = 2 B) Re(z) + Im(z) = −1

C) Re(z) + Im(z) = 1 D) Re(z) + Im(z) = −2

E) Re(z) − Im(z) = 1

4. $|z| = \sqrt{10}$ ve $\text{Arg}(z - 2) = \frac{\pi}{4}$

olduğuna göre, **z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 1 + 2i B) 2 + 3i C) 1 + i D) 4 + i E) 3 + i

5. **Arg(2z − i) − Arg(z − 4) = 0**

eşitliğinin belirttiği doğru denklemi nedir?

A) $8y + x - 4 = 0$ B) $4y + 2x - 5 = 0$

C) $8y + x - 6 = 0$ D) $4y + x - 4 = 0$

E) $8y - x + 4 = 0$

1–D 2–C 3–C 4–E 5–A

Kutupsal Biçimde İşlemler
Toplama ve Çıkarma

Kutupsal şekildeki karmaşık sayılarda toplama veya çıkarma işlemi yaparken;

a. Bu karmaşık sayıların mutlak değerleri aynı ise, dönüşüm formülleri kullanılarak toplama veya çıkarma işlemi yapılabilir.

b. Bu karmaşık sayıların mutlak değerleri farklı ise karmaşık sayılar analitik şekilde (z = x + yi) yazılarak toplama veya çıkarma işlemi yapılabilir.

ÖĞRETEN SORU – 91

$z_1 = 6\,(\cos 30° + i\sin 30°)$

$z_2 = 2\,(\cos 45° + i\sin 45°)$

olduğuna göre, $z_1 + z_2$ toplamı nedir?

ÇÖZÜM:

$z_1 = 6\cos 30° + 6i\sin 30°$

$z_2 = 2\cos 45° + 2i\sin 45°$

$z_1 + z_2 = 6\cos 30° + 2\cos 45° + i(6\sin 30° + 2\sin 45°)$

$= 6\frac{\sqrt{3}}{2} + 2\frac{\sqrt{2}}{2} + i\left(6\frac{1}{2} + 2\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$= 3\sqrt{3} + \sqrt{2} + i(3 + \sqrt{2})$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 92

$z_1 = 2\,(\cos 60° + i\sin 60°)$

$z_2 = 2\,(\cos 30° + i\sin 30°)$

olduğuna göre, $z_1 - z_2$ farkı nedir?

ÇÖZÜM:

$z_1 = 2(\cos 60° + i\sin 60°) = 2\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 1 + i\sqrt{3}$

$z_2 = 2(\cos 30° + i\sin 30°) = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3} + i$

$z_1 - z_2 = 1 + i\sqrt{3} - \sqrt{3} - i$

$= (1 - \sqrt{3}) + i(\sqrt{3} - 1)$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 93

$z_1 = 6(\cos 37° + i\sin 37°)$

$z_2 = 6(\cos 53° + i\sin 53°)$

olduğuna göre, $z_1 + z_2$ toplamı nedir?

ÇÖZÜM:

$z_1 + z_2 = 6(\cos 37° + \cos 53° + i(\sin 37° + \sin 53°))$

$\cos 37° + \cos 53° = 2\cos 45° \cdot \cos 8°$

$\sin 37° + \sin 53° = 2\sin 45° \cdot \cos 8°$

$z_1 + z_2 = 6(\cos 45° \cdot \cos 8° + i(2\sin 45° \cdot \cos 8°))$

$z_1 + z_2 = 12 \cdot \cos 8°(\cos 45° + i\sin 45°)$

$z_1 + z_2 = 12 \cdot \cos 8°\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$z_1 + z_2 = 6\sqrt{2} \cdot \cos 8°(1 + i)$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 37

1. $z_1 = 4(\cos 60° + i\sin 60°)$

$z_2 = 2(\cos 30° + i\sin 30°)$

olduğuna göre, $z_1 + z_2$ toplamı nedir?

A) $2\sqrt{3} + i2\sqrt{3}$ B) $2 + \sqrt{3} + i(\sqrt{3} + 1)$

C) $2 + \sqrt{3} + i(2\sqrt{3} + 1)$ D) $2 - \sqrt{3} + i(2\sqrt{3} - 1)$

E) $2 + \sqrt{3} + i(\sqrt{3} + 2)$

2. $z_1 = 6\text{cis}45°$

$z_2 = 2\text{cis}30°$

olduğuna göre, $z_1 + z_2$ toplamı nedir?

A) $3\sqrt{2} + \sqrt{3} + i\,(3\sqrt{2} + 1)$ B) $\sqrt{3} + \sqrt{2} + i(\sqrt{2} + \sqrt{3})$

C) $3\sqrt{3} + \sqrt{2} + i(3\sqrt{2} + 1)$ D) $\sqrt{3} + \sqrt{2} + i(3\sqrt{3} + 1)$

E) $3 + 3\sqrt{3} + i(3\sqrt{2} + 3)$

3. $z_1 = 2(\cos 30° + i\sin 30°)$

$z_2 = 4(\cos 60° + i\sin 60°)$

olduğuna göre, $z_1 - z_2$ toplamı nedir?

A) $\sqrt{3} + 2 + i(1 + 2\sqrt{3})$ B) $\sqrt{2} - 2 + i(1 - \sqrt{3})$

C) $2 - \sqrt{3} + i(1 - 2\sqrt{3})$ D) $2 - \sqrt{3} + i\,(2\sqrt{3} - 1)$

E) $\sqrt{3} - 2 + i(1 - 2\sqrt{3})$

4. $z_1 = 2(\cos 40° + i\sin 40°)$

$z_2 = 2(\cos 20° + i\sin 20°)$

olduğuna göre, $z_1 + z_2$ toplamı nedir?

A) $\cos 10°(1 + i)$ B) $\cos 10°(2\sqrt{3} + i)$

C) $\cos 10°(\sqrt{3} + i)$ D) $\sin 10°(1 + i)$

E) $\sin 10°(2\sqrt{3} + i)$

5. $z_1 = (\cos 70° + i\sin 70°)$

$z_2 = (\cos 10° + i\sin 10°)$

olduğuna göre, $z_1 - z_2$ farkı nedir?

A) $-\sin 40° - i\cos 40°$ B) $\sin 40° + i\cos 40°$

C) $\cos 40° - i\sin 40°$ D) $-\sin 40° + i\cos 40°$

E) $-\cos 40° + i\sin 40°$

1–C 2–A 3–E 4–B 5–D

Kutupsal Biçimde İşlemler Çarpma ve Bölme – 1

$z_1 = r_1(\cos\alpha + i\sin\alpha)$
$z_2 = r_2(\cos\beta + i\sin\beta)$
karmaşık sayıları için,

a. $z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2\,[\cos(\alpha+\beta) + i\sin(\alpha+\beta)]$

b. $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}[\cos(\alpha-\beta) + i\sin(\alpha-\beta)]$ dır.

ÖĞRETEN SORU – 94

$z_1 = 6(\cos 45° + i\sin 45°)$
$z_2 = 3(\cos 15° + i\sin 15°)$

olduğuna göre,

a. $z_1 \cdot z_2$ **b.** $\frac{z_1}{z_2}$ **değerleri nedir?**

ÇÖZÜM:

a. $z_1 \cdot z_2 = 6(\cos 45° + i\sin 45°) \cdot 3(\cos 15° + i\sin 15°)$

$= 6 \cdot 3(\cos(45°+15°) + i(\sin(45°+15°))$
$= 18(\cos 60° + i\sin 60°)$
$= 18\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
$= 9 + 9\sqrt{3}i$ bulunur.

b. $\frac{z_1}{z_2} = \frac{6(\cos 45° + i\sin 45°)}{3(\cos 15° + i\sin 15°)}$

$= \frac{6}{3}[\cos(45° - 15°) + i\sin(45° - 15°)]$
$= 2[\cos 30° + i\sin 30°]$
$= 2.\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3} + i$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 95

$z = \frac{(4 \cdot cis110°) \cdot (3 \cdot cis10°)}{(2 \cdot cis15°) \cdot (2 \cdot cis15°)}$

karmaşık sayısının standart biçimi nedir?

ÇÖZÜM:

$z = \frac{12cis(110° + 10°)}{4cis(15° + 15°)} = \frac{12cis120°}{4cis30°}$
$= \frac{12}{4}cis(120° - 30°)$
$= 3cis90° = 3(\cos 90° + i\sin 90°)$
$= 3(0 + i \cdot 1) = 3i$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 38

1. $z_1 = 4(\cos 70° + i\sin 70°)$
$z_2 = 2(\cos 50° + i\sin 50°)$
olduğuna göre, **$z_1 \cdot z_2$ karmaşık sayısının standart biçimi nedir?**

A) $4 + 4\sqrt{3}i$ B) $-4 + 4\sqrt{3}i$ C) $-2 + 2\sqrt{3}i$
D) $-8 + 8\sqrt{3}i$ E) $4 - 4\sqrt{3}i$

2. $z_1 = 12(\cos 155° + i\sin 155°)$
$z_2 = 3(\cos 20° + i\sin 20°)$
olduğuna göre, **$\frac{z_1}{z_2}$ karmaşık sayısının standart biçimi nedir?**

A) $-2 + \sqrt{2}i$ B) $-\sqrt{2} + \sqrt{2}i$ C) $2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i$
D) $2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$ E) $-2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$

3. $z = \frac{4cis50° \cdot 3cis30°}{6cis20°}$
karmaşık sayısının standart biçimi nedir?

A) $2 - \sqrt{3}i$ B) $1 + \sqrt{3}i$ C) $3 - i$
D) $1 - \sqrt{3}i$ E) $\sqrt{3} - i$

4. $z = \frac{48(\cos 80° + i\sin 80°) \cdot \frac{1}{4}(\cos 15° + i\sin 15°)}{3(\cos 5° + i\sin 5°)}$
karmaşık sayısının standart biçimi nedir?

A) $-4i$ B) 4 C) $4i$ D) -4 E) i

5. $z = \frac{(6 \cdot cis140°) \cdot (4 \cdot cis210°)}{(3 \cdot cis125°) \cdot (2 \cdot cis15°)}$
karmaşık sayısının standart biçimi nedir?

A) $-2\sqrt{3} - 2i$ B) $-2 - 2\sqrt{3}i$ C) $2\sqrt{3} - 2i$
D) $4\sqrt{3} - 2i$ E) $-4\sqrt{3} - 4i$

1–B 2–E 3–B 4–C 5–A

Kutupsal Biçimde İşlemler Çarpma ve Bölme – 2

$Arg(z_1 \cdot z_2) = Argz_1 + Argz_2$

$Arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = Argz_1 - Argz_2$

ÖĞRETEN SORU – 96

Modülleri birbirine eşit ve 6 br olan z_1 ve z_2 karmaşık sayıları için $Arg(z_1.z_2) = 90°$ ve $Arg(z_1 : z_2) = 30°$ eşitlikleri veriliyor. Buna göre, z_1 ve z_2 sayıları nedir?

ÇÖZÜM:

$|z_1| = |z_2| = 6$ veriliyor.
$Arg(z_1) = \theta$ ve $Arg(z_2) = \alpha$ olsun.
$Arg(z_1 \cdot z_2) = 90° \Rightarrow \theta + \alpha = 90°$
$Arg(z_1 : z_2) = 30° \Rightarrow \theta - \alpha = 30°$ olur.
Buradan $\theta = 60°$ ve $\alpha = 30°$ bulunur.
$z_1 = 6cis60° \Rightarrow z_1 = 6(\cos 60° + i\sin 60°)$
$z_1 = 6\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
$z_1 = 3 + 3\sqrt{3}i$ bulunur.
$z_2 = 6cis30° \Rightarrow z_2 = 6(\cos 30° + i\sin 30°)$
$z_2 = 6\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}\right)$
$z_2 = 3\sqrt{3} + 3i$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 97

$Argz_1 = 100°$, $Argz_2 = 40°$

$Argz_4 = 15°$ ve $Arg\left(\frac{z_1.z_2}{z_3.z_4}\right) = 60°$

olduğuna göre, $Argz_3$ kaç derecedir?

ÇÖZÜM:

$Arg\left(\frac{z_1.z_2}{z_3.z_4}\right) = Argz_1 + Argz_2 - Argz_3 - Argz_4$
$60 = 100° + 40° - Argz_3 - 15°$ ise,
$Argz_3 = 65°$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 39

1. Modülleri birbirine eşit ve 4 br olan z_1 ve z_2 karmaşık sayıları için $Arg(z_1 \cdot z_2) = 105°$ ve $Arg(z_1 : z_2) = 15°$ eşitlikleri veriliyor. Buna göre, **z_1 sayısı nedir?**

A) $2\sqrt{3} + 2i$ B) $2 + 2\sqrt{3}i$ C) $2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$
D) $4 + 4\sqrt{3}i$ E) $4\sqrt{3} + 4i$

2. Modülleri birbirine eşit ve 8 br olan z_1 ve z_2 karmaşık sayıları için $Arg(z_1 \cdot z_2) = 120°$ ve $Arg(z_1 : z_2) = 60°$ eşitlikleri veriliyor. Buna göre, **$z_1 + z_2$ karmaşık sayısının standart biçimi nedir?**

A) $2\sqrt{3} + 8i$ B) $4\sqrt{3} + 8i$ C) $4\sqrt{3} + 16i$
D) $4\sqrt{3} + 12i$ E) $8\sqrt{3} + 12i$

3. $z_1 = cis\frac{\pi}{3}$, $z_2 = cis\frac{\pi}{4}$, $z_3 = cis\frac{\pi}{6}$
olduğuna göre, **$Arg\left(\frac{z_1 \cdot z_2}{z_3}\right)$ kaç radyandır?**

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{5\pi}{12}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{7\pi}{12}$ E) $\frac{2\pi}{3}$

4. $Arg(z_1) = 80°$, $Arg(z_2) = 60°$,
$Arg(z_3) = 20°$ ve $Arg\left(\frac{z_1 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_4}\right) = 15°$
olduğuna göre, **$Arg(z_4)$ kaç derecedir?**

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

5. $|z_1| = |z_2|$ olmak üzere,
$Arg(z_1 + z_2) = \frac{\pi}{4}$
olduğuna göre, **$Arg(z_1 \cdot z_2)$ aşağıdakilerden hangisidir?**

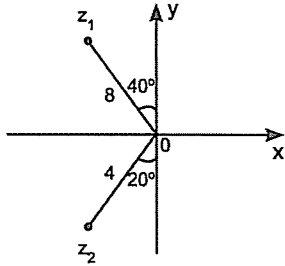
A) π B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{4}$

1–B 2–D 3–B 4–D 5–C

Kutupsal Biçimde İşlemler Çarpma ve Bölme – 3

ÖĞRETEN SORU – 98

Yanda z_1 ve z_2 sayıları kutupsal koordinatları verilmiştir. $\frac{z_1}{z_2}$ nin standart biçimi nedir?



Çözüm:

z_1 için $r = |z_1| = 8$, $\arg(z_1) = 90° + 40° = 130°$

z_2 için $r = |z_2| = 4$, $\text{Arg}(z_2) = 270° - 20° = 250°$ olur.

O halde,

$z_1 = 8\text{cis}130°$ ve $z_2 = 4\text{cis}250°$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{8\text{cis}130°}{4\text{cis}250°}$$

$$= \frac{8}{4}\text{cis}(130° - 250°)$$

$$= 2(\cos(-120°) + i\sin(-120°))$$

$$= 2(\cos 120° - i\sin 120°)$$

$$= 2\left(-\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= -1 - \sqrt{3}i \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 99

$z_1 = 8\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ ve $z_1 \cdot z_2 = 2\sqrt{2}$ ise, $-\bar{z}_2$ ifadesinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$z_1 \cdot z_2 = 2\sqrt{2} \Rightarrow z_2 = \frac{2\sqrt{2}}{z_1} \text{ olur.}$$

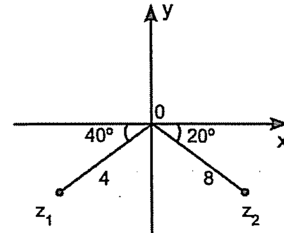
$$z_2 = \frac{2\sqrt{2}}{8\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)} = \frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}(1+i)} \cdot \frac{(1-i)}{(1-i)}$$

$$z_2 = \frac{1-i}{2(2)} = \frac{1-i}{4} \text{ bulunur.}$$

$$-\bar{z} = -\left(\frac{1+i}{4}\right) = \frac{-1-i}{4} \text{ bulunur.}$$

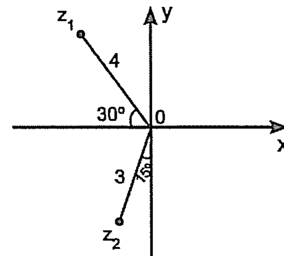
ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 40

1. Yanda z_1 ve z_2 sayılarının kutupsal koordinatları verilmiştir. **$\frac{z_2}{z_1}$ nin standart biçimi nedir?**



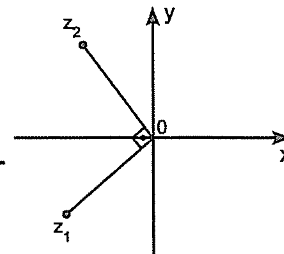
A) $1 - \sqrt{3}i$ B) $-1 + \sqrt{3}i$ C) $1 + \sqrt{3}i$ D) $\sqrt{3} - i$ E) $-\sqrt{3} + i$

2. Yanda z_1 ve z_2 sayıları kutupsal koordinatları verilmiştir. **$z_1 \cdot z_2$ nin standart biçimi nedir?**



A) $12\sqrt{2} - 12\sqrt{2}i$ B) $12\sqrt{3} - 12i$ C) $6\sqrt{2} - 6\sqrt{2}i$ D) $6\sqrt{3} - 6i$ E) $6\sqrt{2} + 6\sqrt{2}i$

3. Yanda z_1 ve z_2 sayılarının başlangıç noktasına olan uzaklıkları birbirine eşit olduğuna göre, **$\frac{z_1}{z_2}$ oranı aşağıdakilerden hangisidir?**



A) $-i$ B) -1 C) 1 D) i E) $1 + i$

4. $z_2 = 12\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ ve $z_1 \cdot z_2 = 3\sqrt{3}$ olduğuna göre, **$\bar{z}_1$ ifadesinin eşiti nedir?**

A) $\frac{\sqrt{3}-i}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}-3i}{8}$ C) $\frac{\sqrt{3}+3i}{8}$ D) $\frac{\sqrt{3}+3i}{4}$ E) $\frac{3+\sqrt{3}i}{8}$

1-B 2-E 3-D 4-C

Bir Karmaşık Sayının Kuvveti – 1 (De – Moivre Kuralı)

$\forall n \in Z$ için,

- $z^n = r^n \cdot (\cos n\alpha + i\sin n\alpha)$ dır.
- $\text{Arg}\, z^n = n \cdot \text{Arg}\, z$ dır.

ÖĞRETEN SORU – 101

$z = \sqrt{3}\,\text{cis}15°$ ise, z^{10} un standart biçimi nedir?

Çözüm:

$$z = \sqrt{3}\,\text{cis}15°$$

$$z^{10} = (\sqrt{3})^{10} \cdot (\text{cis}15°)^{10}$$

$$= 3^5 \cdot (\text{cis}15° \cdot 10)$$

$$= 3^5 \cdot (\text{cis}150°)$$

$$= 3^5 \cdot (\cos 150° + i\sin 150°)$$

$$= 3^5 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}\right) \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 102

$z = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$ ise, z^{12} sayısının standart biçimi nedir?

Çözüm:

$$|z| = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} = 2 \text{ br}$$

$$\tan\alpha = \frac{y}{x} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1 \Rightarrow \alpha = 45° \text{ olduğundan}$$

$$z = 2(\cos 45° + i\sin 45°) \text{ dir.}$$

$$z^{12} = 2^{12} \cdot (\cos 45° + i\sin 45°)^{12}$$

$$= 2^{12} \cdot (\cos 540° + i\sin 540°)$$

$$= 2^{12} \cdot (\cos 180° + i\sin 180°)$$

$$= 2^{12} \cdot (-1 + 0i)$$

$$= -2^{12} \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 103

$z_1 = 3(\cos 40° + i\sin 40°)$, $z_2 = 2(\cos 30° + i\sin 30°)$ olduğuna göre, $z_1^3 \cdot z_2^2$ ifadesinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$z_1 = 3\text{cis}40° \Rightarrow z_1^3 = 3^3\text{cis}(3 \cdot 40°)$$

$$z_1^3 = 27\text{cis}120°$$

$$z_2 = 2\text{cis}30° \Rightarrow z_2^2 = 2^2\text{cis}(2 \cdot 30°)$$

$$\Rightarrow z_2^2 = 4\text{cis}60°$$

$$z_1^3 \cdot z_2^2 = (27\text{cis}120°) \cdot (4\text{cis}60°)$$

$$= (27 \cdot 4) \cdot \text{cis}(120° + 60°)$$

$$= 108 \cdot \text{cis}180°$$

$$= 108(\cos 180° + i\sin 180°)$$

$$= 108(-1 + i0) = -108 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 41

1. $z = -1 - \sqrt{3}i$ olduğuna göre, **z^8 in standart biçimi nedir?**

A) $z^7(-1+\sqrt{3}i)$ B) $2^6(1-\sqrt{3}i)$ C) $2^7(-1-\sqrt{3}i)$ D) $2^6(-1+\sqrt{3}i)$ E) $2^7(1-\sqrt{3}i)$

2. $z = \sqrt{5}\,\text{cis}20°$ olduğuna göre, **z^6 nın standart biçimi nedir?**

A) $\frac{125}{2}(1-\sqrt{3}i)$ B) $\frac{125}{2}(-1+\sqrt{3}i)$ C) $\frac{25}{2}(\sqrt{3}-i)$ D) $\frac{125}{2}(\sqrt{3}+i)$ E) $\frac{125}{2}(-1+\sqrt{3}i)$

3. $i^2 = -1$ olmak üzere, $(\sqrt{3} - i)^8$ **işleminin sonucu nedir?**

A) $2^8(-1+\sqrt{3}i)$ B) $2^8(1-\sqrt{3}i)$ C) $2^7(-1-\sqrt{3}i)$ D) $2^7(-1+\sqrt{3}i)$ E) $2^7(-1-\sqrt{3}i)$

4. $z_1 = 2(\cos 20° + i\sin 20°)$
$z_2 = 3(\cos 50° + i\sin 50°)$
olduğuna göre, **$z_1^4 \cdot z_2^2$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) -144 B) -124 C) -48 D) 72 E) 144

5. $z = \frac{-1-i}{-1-\sqrt{3}i}$ **karmaşık sayısı için z^6 aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $-\frac{1}{8}$ B) $-\frac{1}{16}$ C) $-\frac{1}{4}$ D) $-\frac{i}{4}$ E) $-\frac{i}{8}$

1-A 2-B 3-D 4-A 5-E

Bir Karmaşık Sayının Kuvveti – 2 (De – Moivre Kuralı)

ÖĞRETEN SORU – 104

$z_1=1+\sqrt{3}i$ ve $z_2=-1-i$

olduğuna göre, $z_1^4\cdot z_2^{-2}$ sayısının standart biçimi nedir?

Çözüm:

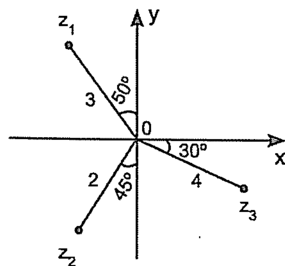
z_1 ve z_2 sayılarının kutupsal biçimde eşitlikleri

$z_1=2\text{cis}60°$ ve $z_2=\sqrt{2}\text{cis}225°$ olur. Buna göre,

$$z_1^4\cdot z_2^{-2}=\frac{z_1^4}{z_2^2}=\frac{(2\text{cis}60°)^4}{\left(\sqrt{2}\text{cis}225°\right)^2}$$
$$=\frac{16\text{cis}240°}{2\text{cis}450°}$$
$$=8\text{cis}(-210°)$$
$$=8\text{cis}(150°)$$
$$=8(\cos150°+i\sin150°)$$
$$=8\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}+i\frac{1}{2}\right)$$
$$=-4\sqrt{3}+4i \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 105

Yanda verilen z_1, z_2 ve z_3 sayıları için Arg$\left(\frac{z_1^4\cdot z_3^{-2}}{z_2^{-3}}\right)$ kaç derecedir?



Çözüm:

$z_1=3\text{cis}140°$, $z_2=2\text{cis}225°$ ve $z_3=4\text{cis}330°$ dir.

Buna göre,

Arg$(z_1)=140°$, Arg$(z_2)=225°$ ve Arg$(z_3)=330°$ dir.

$$\text{Arg}\left(\frac{z_1^4\cdot z_3^{-2}}{z_2^{-3}}\right)=\text{Arg}\left(\frac{z_1^4\cdot z_2^3}{z_3^2}\right)$$
$$=\text{Ar}z_1^4+\text{Arg}z_2^3-\text{Arg}z_3^2$$
$$=4\text{Arg}z_1+3\text{Arg}z_2-2\text{Arg}z_3$$
$$=4\cdot140°+3\cdot225°-2\cdot330°$$
$$=215° \text{ bulunur.}$$

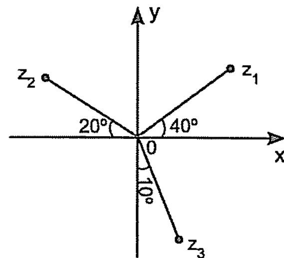
ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 42

1. $z_1=-2+2i$ ve $z_2=1-\sqrt{3}i$

olduğuna göre, $z_1^2\cdot z_2^{-3}$ sayısının standart biçimi nedir?

A) $-1+i$ B) $-i$ C) 1 D) -1 E) i

2. Yandaki analitik düzlemde verilen z_1 ve z_2 ve z_3 karmaşık sayıları için Arg$\left(\frac{z_1^{-2}\cdot z_2^3}{z_3^{-3}}\right)$ kaç derecedir?



A) 120 B) 140 C) 160 D) 180 E) 200

3. $\text{Arg}(z_1^4\cdot z_2^3)=\frac{25\pi}{12}$

$\text{Arg}\left(\frac{z_1^3}{z_2^2}\right)=\frac{\pi}{2}$

olduğuna göre, Argz_2 kaç radyandır?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{7\pi}{6}$

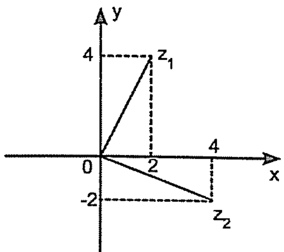
4. $\text{Arg}z_1=75°$, $\text{Arg}z_2=60°$,

$\text{Arg}z_3=15°$ ve $\text{Arg}\left(\frac{z_1^2\cdot z_2^3\cdot z_4}{z_3^{20}}\right)=70°$

olduğuna göre, Argz_4 kaç derecedir?

A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

5. Yandaki analitik düzlemde verilen z_1 ve z_2 karmaşık sayıları için Arg$\left(\frac{z_2}{z_1}\right)$ kaç radyandır?



A) 2π B) $\frac{5\pi}{3}$ C) $\frac{3\pi}{2}$ D) $\frac{4\pi}{3}$ E) π

1–E 2–C 3–B 4–E 5–C

Kutupsal Biçimde Verilen Karmaşık Sayının Çarpma İşlemine Göre Tersi

$z=r\cdot(\cos\alpha+i\sin\alpha)$ olsun.

$z^{-1}=(r)^{-1}\cdot(\cos\alpha+i\sin\alpha)^{-1}$

$z^{-1}=\frac{1}{r}\cdot(\cos(-\alpha)+i\sin(-\alpha))$ dır.

ÖĞRETEN SORU – 106

$z=\frac{1}{4}\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$

olduğuna göre, z^{-1} sayısının $a+bi$ biçiminde eşiti nedir?

Çözüm:

$$z=\frac{1}{4}\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right) \text{ ise,}$$
$$z^{-1}=\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}\cdot\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)^{-1}$$
$$z^{-1}=4\cdot(\cos(-30°)+i\sin(-30°))$$
$$z^{-1}=4\cdot(\cos330°+i\sin330°)$$
$$z^{-1}=4\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-i\frac{1}{2}\right)$$
$$z^{-1}=2\sqrt{3}-2i \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 107

$z^{-1}=6\text{cis}\frac{2\pi}{3}$

olduğuna göre, z karmaşık sayısının $a+bi$ biçiminde eşiti nedir?

Çözüm:

$(z^{-1})^{-1}=z$ olacağından

$$z^{-1}=6\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$$
$$(z^{-1})^{-1}=(6)^{-1}\cdot\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)^{-1}$$
$$z=\frac{1}{6}\cdot(\cos(-120°)+i\sin(-120°))$$
$$z=\frac{1}{6}\cdot(\cos240°+i\sin240°)$$
$$z=\frac{1}{6}\cdot\left(-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=-\frac{1}{12}-\frac{\sqrt{3}}{12}i \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 43

1. $z=\frac{1}{2}\text{cis}\frac{\pi}{3}$

olduğuna göre, z^{-1} karmaşık sayısının standart biçimi nedir?

A) $2+\sqrt{3}i$ B) $\frac{1-\sqrt{3}i}{2}$ C) $\frac{1+\sqrt{3}i}{2}$ D) $1-\sqrt{3}i$ E) $\sqrt{3}-i$

2. $z^{-1}=4\text{cis}\frac{3\pi}{4}$

olduğuna göre, z karmaşık sayısının standart biçimi nedir?

A) $\frac{-\sqrt{2}-\sqrt{2}i}{4}$ B) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}i}{4}$ C) $\frac{-\sqrt{2}-\sqrt{2}i}{8}$ D) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}i}{8}$ E) $\frac{-\sqrt{2}+\sqrt{2}i}{8}$

3. $z^{-1}=2-2\sqrt{3}i$

olduğuna göre, z karmaşık sayısının kutupsal biçimi nedir?

A) $2\text{cis}\frac{\pi}{3}$ B) $4\text{cis}\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{1}{4}\text{cis}\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{1}{4}\text{cis}\frac{5\pi}{3}$ E) $\frac{1}{8}\text{cis}\frac{\pi}{3}$

4. $z=-3+3i$

olduğuna göre, z^{-2} karmaşık sayısının kutupsal biçimi nedir?

A) $\frac{i}{18}$ B) $-\frac{1}{18}$ C) $-\frac{i}{18}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{i}{9}$

5. $z=\frac{2\text{cis}\pi}{\text{cis}\frac{\pi}{2}}$

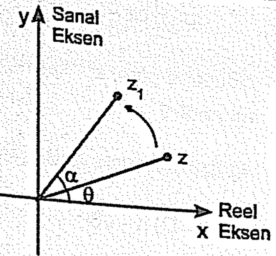
olduğuna göre, z^{-1} karmaşık sayısının standart biçimi nedir?

A) $-\frac{i}{4}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $-\frac{i}{2}$ D) $-\frac{i}{8}$ E) $-\frac{1}{4}$

1–D 2–C 3–C 4–A 5–C

Bir Karmaşık Sayının Orijin Etrafında Döndürülmesi

z(a, b) noktasını orijin etrafında, orijine olan uzaklığını değiştirmeksizin α açısı kadar döndürerek z_1 noktasını elde edeceğiz.



$z(a, b) \Rightarrow z = a + bi$

yani

$z = |z|(\cos\theta + i\sin\theta)$ dır.

Bu durumda,

$z_1 = |z|[\cos(\theta+\alpha) + i\sin(\theta+\alpha)]$ olur.

$z_1 = \underbrace{|z|(\cos\theta + i\sin\theta)}_{z} \cdot (\cos\alpha + i\sin\alpha)$

$z_1 = z \cdot (\cos\alpha + i\sin\alpha)$

dönme formülü elde edilir.

Eğer $z = |z|(\cos\theta + i\sin\theta)$ karmaşık sayısının düzlemdeki görüntüsü negatif yönde α açısı kadar döndürüldüğünde elde edilen karmaşık sayı ise

$z_1 = z \cdot (\cos(-\alpha) + i\sin(-\alpha))$

dönme formülü elde edilir.

ÖĞRETEN SORU – 108

$z = 1 + \sqrt{3}i$

sayısının orijin etrafında pozitif yönde 60° döndürülmesi ile oluşacak karmaşık sayı nedir?

Çözüm:

$z_1 = z \cdot (\cos 60° + i\sin 60°)$

$= (1+\sqrt{3}i) \cdot \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i + \frac{\sqrt{3}}{2}i - \frac{3}{2} = -1 + \sqrt{3}i$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 109

Bir z(x, y) noktası orijin etrafında 20° döndürüldüğünde (2, 3) noktası elde ediliyor. Aynı (x, y) noktasının orijin etrafında 200° döndürülmesi ile elde edilen noktanın koordinatları nedir?

Çözüm:

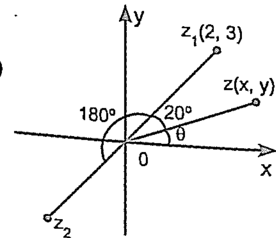
$z = x + yi$ ve $z_1 = 2 + 3i \Rightarrow$

$z_2 = z_1 \cdot (\cos 180° + i\sin 180°)$

$= (2+3i) \cdot (-1 + 0i)$

$= -2 - 3i$ bulunur.

$z_2 = -2 - 3i$ ise, z_2 noktasının koordinatları (−2, −3) olur.



ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 44

1. $z = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$

karmaşık sayısının orijin etrafında pozitif yönde 45° döndürülmesi ile oluşacak karmaşık sayı nedir?

A) 4i B) 2i C) $\sqrt{2}i$ D) $2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$ E) $2\sqrt{2}i$

2. $z = \cos 40° + i\sin 40°$

sayısının orijin etrafında pozitif yönde 80° döndürülmesi ile elde edilen karmaşık sayı nedir?

A) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ B) $-1 + \sqrt{3}i$ C) $-\sqrt{3} + i$ D) $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$

3. $z = 2\text{cis}110°$

sayısının orijin etrafında negatif yönde 50° döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayı nedir?

A) $2 + 2\sqrt{3}i$ B) $\sqrt{3} + i$ C) $1 + \sqrt{3}i$ D) 1 + i E) $\sqrt{3} + \sqrt{3}i$

4. Bir z(x, y) noktası orijin etrafında 40° döndürüldüğünde (-3, 4) noktası elde ediliyor. Aynı (x, y) noktasının orijin etrafında 220° döndürülmesi ile elde edilen noktanın koordinatları nedir?

A) (−4, 3) B) (4, −3) C) (3, 4) D) (−3, −4) E) (3, −4)

5. $z = -4 - 6i$

karmaşık sayısının kompleks düzlemde, pozitif yönde 90° döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayı w olduğuna göre, |z − w| kaçtır?

A) $2\sqrt{30}$ B) $2\sqrt{26}$ C) 10 D) $4\sqrt{6}$ E) $3\sqrt{10}$

1–B 2–D 3–C 4–E 5–B

Karmaşık Sayılar Arasındaki Uzaklık

ÖĞRETEN SORU – 110

$z_1 = 4(\cos 50° + i\sin 50°)$ ve

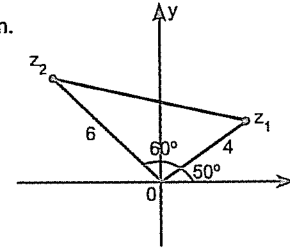
$z_2 = 6(\cos 110° + i\sin 110°)$

sayıları arasındaki uzaklık kaç br dir?

Çözüm:

Bu karmaşık sayıları karmaşık düzlemde gösterelim.

$z_2 O z_1$ üçgeninde kosinüs teoremi yazılırsa



$|z_2 - z_1| = \sqrt{6^2 + 4^2 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \cos 60°}$

$|z_2 - z_1| = \sqrt{36 + 16 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2}}$

$|z_2 - z_1| = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$ br bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 111

$|4\text{cis}40° + 2\text{cis}70°|$

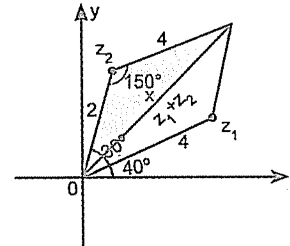
ifadesinin değeri kaçtır?

Çözüm:

$z_1 = 4\text{cis}40°$

$z_2 = 2\text{cis}70°$ olmak üzere

$|z_1 + z_2|$ ifadesi $|z_1 - (-z_2)|$ arasındaki uzaklıktır.



Taralı bölgede cosinüs teoremine göre,

$x^2 = 2^2 + 4^2 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \cos 150°$

$x^2 = 4 + 16 + 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$x = \sqrt{20 + 8\sqrt{3}} = 2\sqrt{5 + 2\sqrt{3}}$

$|z_1 + z_2| = |4\text{cis}40° + 2\text{cis}70°|$

$= 2\sqrt{5 + 2\sqrt{3}}$ br bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 45

1. $z_1 = 2\text{cis}15°$ ve $z_2 = 4\text{cis}75°$

olduğuna göre, $|z_1 - z_2|$ kaçtır?

A) $\sqrt{3}$ B) 2 C) $\sqrt{6}$ D) $2\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{3}$

2. $|6\text{cis}45° + 3\text{cis}105°|$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $3\sqrt{7}$ B) $2\sqrt{14}$ C) $3\sqrt{6}$ D) $5\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{3}$

3. Kutupsal koordinatları (2, 25°) ve (4, 115°) olan karmaşık sayılar arasındaki uzaklık kaç br dir?

A) 4 B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{5}$ D) $2\sqrt{6}$ E) $\sqrt{30}$

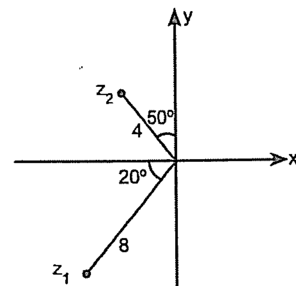
4. $z_1 = -5 - 6i$

$z_2 = -4 - 5i$

olduğuna göre, $\text{Arg}(z_1 - z_2)$ kaç radyandır?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{5\pi}{4}$ C) $\frac{4\pi}{3}$ D) $\frac{3\pi}{2}$ E) $\frac{5\pi}{3}$

5. Yandaki şekilde verilenlere göre, $|z_1 - z_2|$ ifadesinin değeri kaçtır?



A) $2\sqrt{10}$ B) $2\sqrt{11}$ C) $4\sqrt{3}$ D) $5\sqrt{2}$ E) $\sqrt{10}$

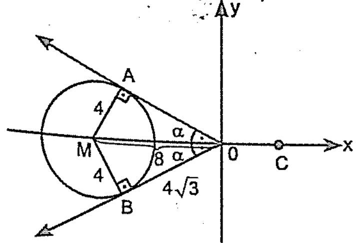
1–E 2–A 3–C 4–B 5–C

Karmaşık Sayıların Esas Argümentinin En Büyük ve En Küçük Değerleri

ÖĞRETEN SORU – 112

$|z+8|=4$ koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarından esas argümenti en büyük olanının argümenti nedir?

Çözüm:



$|z+8|=4$ eşitliği, M(–8, 0) ve yarıçapı 4 br olan çemberin üzerindeki noktaları gösterir. Çemberin üzerindeki karmaşık sayılardan argümenti en büyük olanı [OB ışınının çembere teğet olduğu B noktasına karşılık gelen karmaşık sayıdır. MBO dik üçgeninde

$$\tan\alpha=\frac{4}{4\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha=30° \text{ dir.}$$

Bu durumda B noktasına karşılık gelen z karmaşık sayısının esas argümenti pozitif yöndeki

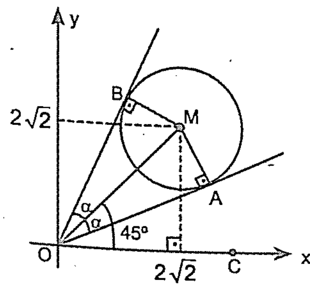
$m(\widehat{COB})=180°+\alpha=180°+30°=210°$ dir.

ÖĞRETEN SORU – 113

$|z-2\sqrt{2}-2\sqrt{2}i|=2$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarından esas argümenti en çok olanın argümentini nedir?

Çözüm:

$|z-2\sqrt{2}-2\sqrt{2}i|=2$ eşitliği, $M(2\sqrt{2},2\sqrt{2})$ ve yarıçapı 2 br olan çemberin üzerindeki noktaları gösterir.



$|OM|=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2}=4$ br

$|BM|=r=2$ br olduğundan $m(\widehat{BOM})=\alpha=30°$ dir.

Bu durumda B noktasına gelen z karmaşık sayısının argümenti $m(\widehat{BOC})=45°+\alpha$

$45°+30°=75°$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 46

1. $|z-6i|=3$

koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarından esas argümenti en az olanın argümenti kaçtır?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{5\pi}{6}$ D) $\frac{7\pi}{6}$ E) $\frac{4\pi}{3}$

2. $|z+4|=2$

koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarından esas argümenti en çok olanın argümenti kaçtır?

A) $\frac{2\pi}{3}$ B) $\frac{5\pi}{6}$ C) $\frac{7\pi}{6}$ D) $\frac{5\pi}{4}$ E) $\frac{4\pi}{3}$

3. $|z-2-2\sqrt{3}i|=2$

koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarından esas argümenti en az olanın argümenti kaçtır?

A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

4. $|z+6i|=3$

koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarından esas argümenti en çok olanın argümenti kaçtır?

A) $\frac{11\pi}{6}$ B) $\frac{5\pi}{3}$ C) $\frac{3\pi}{2}$ D) $\frac{4\pi}{3}$ E) $\frac{7\pi}{6}$

5. $|z-4\sqrt{2}+4\sqrt{2}i|=4$

koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarından esas argümenti en az olanın argümenti kaçtır?

A) $\frac{23\pi}{16}$ B) $\frac{19\pi}{12}$ C) $\frac{5\pi}{3}$ D) $\frac{11\pi}{6}$ E) $\frac{7\pi}{4}$

1-B 2-C 3-B 4-B 5-B

Karmaşık Sayısının Argümenti

ÖĞRETEN SORU – 114

$\text{Arg}(z+3)=\frac{\pi}{2}$ ve $\text{Arg}(z-6i)=\frac{7\pi}{4}$ ise z karmaşık sayısı nedir?

Çözüm:

$z=x+yi$ olsun.

$$\text{Arg}(z+3)=\frac{\pi}{2} \Rightarrow \underbrace{\text{Arg}(x+yi+3)}_{\beta}=\frac{\pi}{2}$$

$$\tan\beta=\frac{y}{x+3}=\tan\frac{\pi}{2}=\frac{\sin 90°}{\cos 90°}=\text{tanımsız}$$

Buna göre, $x+3=0 \Rightarrow x=-3$ bulunur.

$$\text{Arg}(z-6i)=\frac{7\pi}{4} \Rightarrow \underbrace{\text{Arg}(x+yi-6i)}_{\beta}=\frac{7\pi}{4}$$

$$\tan\beta=\frac{y-6}{x}=\tan\frac{7\pi}{4}=-1$$

Buna göre, $\frac{y-6}{x}=-1 \Rightarrow \frac{y-6}{-3}=-1$

$\Rightarrow y=9$ bulunur.

O halde, $z=x+yi=-3+9i$ dir.

ÖĞRETEN SORU – 115

$\text{Arg}(z-4-4i)=\frac{\pi}{3}$ ve $|z|=6$ br ise z karmaşık sayısının standart biçimi nedir?

Çözüm:

$\text{Arg}(z-4-4i)=\frac{\pi}{3}$ ifadesi başlangıç noktası (4, 4) ve Ox ekseni ile $\frac{\pi}{3}$ radyanlık açı yapan yarı doğrudur.

Şekildeki A noktasını bulalım.

$|AC|=6$ br ve

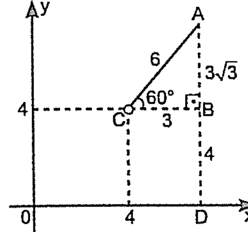
$m(\widehat{ACB})=60°$ ise

$|BC|=3$ br,

$|AB|=3\sqrt{3}$ br

olduğundan,

$A(7, 4+3\sqrt{3})$ tür.



Buna göre,

z karmaşık sayısı $z=7+(4+3\sqrt{3})i$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 47

1. $\text{Arg}(z+1)=\pi$ ve $\text{Arg}(z+3i)=\frac{2\pi}{3}$

olduğuna göre, z karmaşık sayısı nedir?

A) $-\sqrt{6}$ B) $-\sqrt{3}$ C) $-\sqrt{2}$ D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

2. $\text{Arg}(z-2-3i)=\frac{\pi}{4}$ ve $|z|=4$ br

olduğuna göre, z karmaşık sayısının standart biçimi nedir?

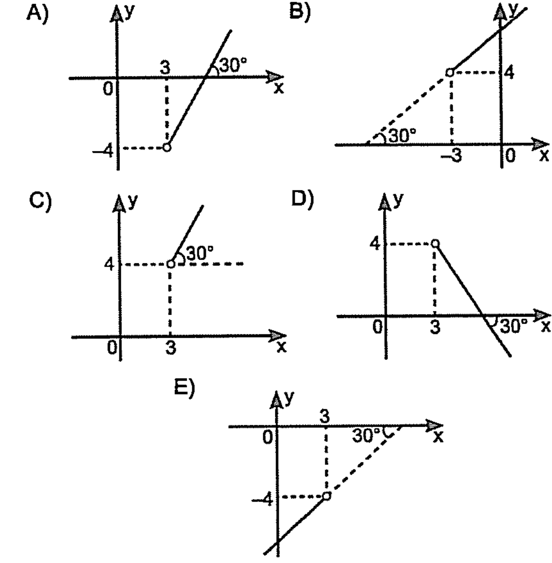
A) $2+2\sqrt{2}+(3+2\sqrt{2})i$ B) $2-2\sqrt{2}+(3-2\sqrt{2})i$

C) $2\sqrt{2}+(3+2\sqrt{2})i$ D) $2+3i$

E) $2\sqrt{2}-2+(3-2\sqrt{2})i$

3. **$\text{Arg}(z-3+4i)=\frac{\pi}{6}$**

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?



4. **$\text{Arg}(z+4-3i)=\frac{\pi}{6}$**

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının karmaşık düzlemdeki görüntüsünün başlangıç noktası nedir?

A) $z=4-3i$ B) $z=-4-3i$ C) $z=-4+3i$

D) $z=3-4i$ E) $z=4+3i$

5. $z-8+4i=2-2i$

koşulunu sağlayan z karmaşık sayısının argümenti α ise **tanα kaçtır?**

A) $-\frac{3}{5}$ B) $-\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

1-B 2-A 3-A 4-C 5-A

KARMAŞIK SAYILARIN n'inci KUVVETTEN KÖKLERİ

$z \in C$ ve $n \in Z^+$ olmak üzere;
z karmaşık sayısının n'inci kuvvetten köklerini

$w = \sqrt[n]{z} \Leftrightarrow w^n = z$ olur.

Bu denklemin köklerine z karmaşık sayısının **n'inci kuvvetten kökleri** denir.
Bu kökleri bulmak için z karmaşık sayısını kutupsal şekilde yazıp De – Moivre eşitliğini kullanacağız.

$w^n = z = r \cdot (\cos\theta + i\sin\theta)$

$w_k = z^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\cos\left(\frac{\theta+2k\pi}{n}\right) + i\sin\left(\frac{\theta+2k\pi}{n}\right)\right)$ olur.

Bu genel ifadeden,

$k=0$ için, $w_0 = r^{\frac{1}{n}} \cdot \text{cis}\frac{\theta}{n}$

$k=1$ için, $w_1 = r^{\frac{1}{n}} \cdot \text{cis}\frac{\theta+2\pi}{n}$

$k=n-1$ için, $w_{n-1} = r^{\frac{1}{n}} \cdot \text{cis}\frac{\theta+2(n-1)\pi}{n}$ dir.

Burada bir karmaşık sayının n'inci kuvvetten n tane kökü olduğu görülür. Bu köklerin mutlak değerleri birbirine eşit $\sqrt[n]{|z|}$ dir.
Bir z karmaşık sayısının n'inci kuvvetten köklerinin karmaşık düzlemdeki görüntüleri, merkezi orijinde olan $\sqrt[n]{|z|}$ yarıçaplı çember üzerinde eşit aralıklarla sıralanır.

ÖĞRETEN SORU – 116

$z = -1 + \sqrt{3}i$ karmaşık sayısının karekökleri nedir?

Çözüm:

$z = -1 + \sqrt{3}i$ karmaşık sayısının kutupsal biçimi

$z = 2\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ ise,

$z^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}}\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$

$z^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\frac{2\pi}{3}+2k\pi}{2} + i\sin\frac{\frac{2\pi}{3}+2k\pi}{2}\right)$ olur.

O halde,

$k=0$ için, $w_0 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

$= \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{6}}{2}$ bulunur.

$k=1$ için, $w_1 = \sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}+\pi\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}+\pi\right)\right)$

$= \sqrt{2}\left(\cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3}\right)$

$= -\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{6}}{2}$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 48

1. **$z = -2 - 2\sqrt{3}i$**
karmaşık sayısının kareköklerinden birisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2 - \sqrt{3}i$ B) $1 + \sqrt{2}i$ C) $1 - \sqrt{3}i$
D) $2 - \sqrt{2}i$ E) $\sqrt{3} - i$

2. **$z = -16$**
karmaşık sayısının kareköklerinden birisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-2i$ B) $-4i$ C) i D) $2i$ E) $1 + i$

3. **$z = 1 + \sqrt{3}i$**
karmaşık sayısının karekökleri w_0 ve w_1 ise $w_0 \cdot w_1$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-2 + 2\sqrt{3}i$ B) $1 - \sqrt{3}i$ C) $-1 + \sqrt{3}i$
D) $-1 - \sqrt{3}i$ E) $4 + 2\sqrt{3}i$

4. **$z \in C$ olmak üzere,**
$z^2 - 2i = 0$
denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-i$ B) $1 + i$ C) 1 D) -1 E) $2i$

5. **$z = 16(\cos 60° - i\sin 60°)$**
karmaşık sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 16(cos150° + isin150°)
B) 4(cos30° + isin30°)
C) 4(cos330° + isin330°)
D) 4(cos270° + isin270°)
E) 4(cos300° + isin300°)

1–C 2–B 3–D 4–B 5–C

Karmaşık Sayısının Karekökleri

ÖĞRETEN SORU – 117

$z = -3 + 4i$
karmaşık sayısının karekökleri nedir?

Çözüm: 1

$z = -3 + 4i$ karmaşık sayısının kareköklerinden biri $x + yi$ ise,

$(x + yi)^2 = -3 + 4i$

$x^2 + 2xyi - y^2 = -3 + 4i$

$x^2 - y^2 = -3$ ve $2xy = 4$

$xy = 2$

$y = \frac{2}{x}$ bulunur.

$x^2 - \frac{4}{x^2} = -3$

$x^4 + 3x^2 - 4 = 0 \Rightarrow (x^2+4) \cdot (x^2-1) = 0$

$\Rightarrow x = \mp 1$

$x = 1$ için $y = 2 \Rightarrow z_0 = 1 + 2i$

$x = -1$ için $y = -2 \Rightarrow z_1 = -1 - 2i$ bulunur.

NOT:
$z = a + bi$ karmaşık sayısının kareköklerini kutupsal biçime çevirmeden aşağıdaki formülle bulabiliriz.

- $b > 0$ için

$z_0, z_1 = \pm\left(\sqrt{\frac{|z|+a}{2}} + i\sqrt{\frac{|z|-a}{2}}\right)$

- $b < 0$ için

$z_0, z_1 = \pm\left(\sqrt{\frac{|z|+a}{2}} - i\sqrt{\frac{|z|-a}{2}}\right)$

Çözüm: 2

$z = -3 + 4i \Rightarrow |z| = 5, a = -3$ ve $b = 4 > 0$

O halde,

$z_0 = \left(\sqrt{\frac{|z|+a}{2}} + i\sqrt{\frac{|z|-a}{2}}\right)$

$= \left(\sqrt{\frac{5-3}{2}} + i\sqrt{\frac{5+3}{2}}\right)$

$z_0 = 1 + 2i \Rightarrow z_1 = -z_0 = -1 - 2i$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 49

1. **$z = 15 + 8i$**
sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-4 + i$ B) $3 - i$ C) $4 - i$
D) $4 + i$ E) $-3 + i$

2. **$z = 5 + 12i$**
sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3 + 2i$ B) $-3 + 2i$ C) $2 + 3i$
D) $2 - 3i$ E) $1 - 3i$

3. **$z = 3 + 4i$**
sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-2 - i$ B) $2 - i$ C) $-2 + i$
D) $-1 - i$ E) $1 + i$

4. **$z = 7 + 24i$**
sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4 + 3i$ B) $2 + 3i$ C) $4 - 2i$
D) $2 - i$ E) $4 - 3i$

5. **$z = 6 - 8i$**
sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\sqrt{2} + \sqrt{2}i$ B) $2\sqrt{2} - \sqrt{2}i$ C) $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$
D) $2 - \sqrt{2}i$ E) $-2 + \sqrt{2}i$

1–D 2–A 3–A 4–A 5–B

Karmaşık Sayısının Küpkökleri

ÖĞRETEN SORU – 118

$z=-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}i$

karmaşık sayısının küpkökleri nedir?

Çözüm:

z karmaşık sayısının kutupsal biçimi

$z=4\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ ise,

$z^{\frac{1}{3}}=4^{\frac{1}{3}}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)^{\frac{1}{3}}$

$z^{\frac{1}{3}}=4^{\frac{1}{3}}\left(\cos\frac{\frac{3\pi}{4}+2k\pi}{3}+i\sin\frac{\frac{3\pi}{4}+2k\pi}{3}\right)$ bulunur.

$k=0$ için $w_0=\sqrt[3]{4}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

$k=1$ için $w_1=\sqrt[3]{4}\left(\cos\frac{11\pi}{12}+i\sin\frac{11\pi}{12}\right)$

$k=2$ için $w_2=\sqrt[3]{4}\left(\cos\frac{19\pi}{12}+i\sin\frac{19\pi}{12}\right)$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 119

$z=8i$ karmaşık sayısının küpkökleri nedir ve bu kökleri köşe kabul eden üçgenin alanı kaç br^2 dir?

Çözüm:

z karmaşık sayısının kutupsal biçimi

$z=8\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)$ ise,

$z^{\frac{1}{3}}=8^{\frac{1}{3}}\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$

$z^{\frac{1}{3}}=2\left(\cos\frac{\frac{\pi}{2}+2k\pi}{3}+i\sin\frac{\frac{\pi}{2}+2k\pi}{3}\right)$

$k=0$ için $w_0=2\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)=2\text{cis}\frac{\pi}{6}$

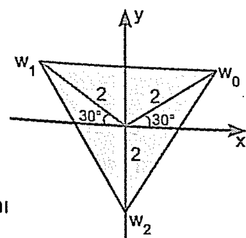
$k=1$ için $w_1=2\left(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}\right)=2\text{cis}\frac{5\pi}{6}$

$k=2$ için $w_2=2\left(\cos\frac{9\pi}{6}+i\sin\frac{9\pi}{6}\right)=2\text{cis}\frac{9\pi}{6}$ bulunur.

w_0, w_1, w_2 kökleri yandaki düzlemde gösterildiğinde oluşan üçgen eşkenar üçgen olup bir kenarı $2\sqrt{3}$ br olur.

O halde taralı üçgenin alanı

$\frac{(2\sqrt{3})^2\sqrt{3}}{4}=\frac{12\sqrt{3}}{4}=3\sqrt{3}$ br^2 bulunur.



ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 50

1. $z=-27$
karmaşık sayısının küpköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3　B) $\frac{3-3\sqrt{3}i}{2}$　C) $\frac{6-3\sqrt{3}i}{2}$　D) $\frac{1-\sqrt{3}i}{2}$　E) $\frac{1+3\sqrt{3}i}{2}$

2. $z=-i$
karmaşık sayısının küpköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$　B) $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$　C) $\sqrt{3}-i$　D) $\sqrt{3}+i$　E) $\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{1}{4}i$

3. $z=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$
karmaşık sayısının küpköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) cis50°　B) cis160°　C) cis200°　D) cis220°　E) cis340°

4. Karmaşık düzlemde $z=-27i$ karmaşık sayısının küpköklerini köşe kabul eden üçgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{9\sqrt{3}}{4}$　B) $3\sqrt{3}$　C) $\frac{21\sqrt{3}}{4}$　D) $\frac{27\sqrt{3}}{4}$　E) $9\sqrt{3}$

5. Karmaşık düzlemde $z=-4+4\sqrt{3}i$ karmaşık sayısının küpköklerini köşe kabul eden üçgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $3\sqrt{3}$　B) $4\sqrt{3}$　C) 8　D) $8\sqrt{3}$　E) $12\sqrt{3}$

1-B 2-A 3-C 4-D 5-A

Karmaşık Sayısının 4. ve 5. Dereceden Kökleri

ÖĞRETEN SORU – 120

$z=16$ karmaşık sayısının 4. dereceden kökleri nedir ve bu kökleri köşe kabul eden dörtgenin alanı kaç br^2 dir?

Çözüm:

z karmaşık sayısının kutupsal biçimi

$z=16(\cos 0°+i\sin 0°)$

$z^{\frac{1}{4}}=16^{\frac{1}{4}}(\cos 0°+i\sin 0°)^{\frac{1}{4}}$

$z^{\frac{1}{4}}=2\left(\cos\frac{0+2k\pi}{4}+i\sin\frac{0+2k\pi}{4}\right)$ bulunur.

$k=0$ için $w_0=2(\cos 0°+i\sin 0°)=2\text{cis}0°$

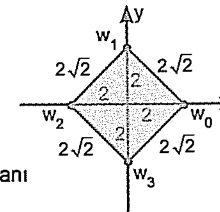
$k=1$ için $w_1=2\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)=2\text{cis}\frac{\pi}{2}$

$k=2$ için $w_2=2(\cos\pi+i\sin\pi)=2\text{cis}\pi$

$k=3$ için $w_3=2\left(\cos\frac{3\pi}{2}+i\sin\frac{3\pi}{2}\right)=2\text{cis}\frac{3\pi}{2}$ bulunur.

w_0, w_1, w_2, w_3 kökleri yandaki düzlemde gösterildiğinde oluşan dörtgen kare olup bir kenarı $2\sqrt{2}$ br olur.

O halde, taralı dörtgenin alanı $(2\sqrt{2})^2=8$ br^2 bulunur.



ÖĞRETEN SORU – 121

$z=-32$ karmaşık sayısının 5. dereceden kökleri nedir?

Çözüm:

z karmaşık sayısının kutupsal biçimi

$z=32(\cos\pi+i\sin\pi)$ dir.

$z^{\frac{1}{5}}=32^{\frac{1}{5}}\left(\cos\frac{\pi+2k\pi}{5}+i\sin\frac{\pi+2k\pi}{5}\right)$

$z^{\frac{1}{5}}=2\left(\cos\frac{\pi+2k\pi}{5}+i\sin\frac{\pi+2k\pi}{5}\right)$ bulunur.

$k=0$ için $w_0=2\left(\cos\frac{\pi}{5}+i\sin\frac{\pi}{5}\right)$

$k=1$ için $w_1=2\left(\cos\frac{3\pi}{5}+i\sin\frac{3\pi}{5}\right)$

$k=2$ için $w_2=2(\cos\pi+i\sin\pi)$

$k=3$ için $w_3=2\left(\cos\frac{7\pi}{5}+i\sin\frac{7\pi}{5}\right)$

$k=4$ için $w_4=2\left(\cos\frac{9\pi}{5}+i\sin\frac{9\pi}{5}\right)$

bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 51

1. $z=-16$
sayısının 4. dereceden köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2cis15°　B) 2cis65°　C) 2cis135°　D) 2cis245°　E) 2cis305°

2. $z=1+i$
karmaşık sayısının beşinci kuvvetten köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt[5]{2}$cis225°　B) $\sqrt[5]{2}$cis120°　C) $\sqrt[10]{2}$cis24°　D) $\sqrt[10]{2}$cis80°　E) $\sqrt[10]{2}$cis225°

3. Karmaşık düzlemde,
$z=81$
karmaşık sayısının 4. kuvvetten köklerini köşe kabul eden dörtgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 9　B) 12　C) 16　D) 18　E) 24

4. Karmaşık düzlemde,
$z=625i$
karmaşık sayısının 4. kuvvetten köklerini köşe kabul eden dörtgenin çevresi kaç br dir?

A) 16　B) 20　C) $16\sqrt{2}$　D) $20\sqrt{2}$　E) $25\sqrt{2}$

5. Karmaşık düzlemde,
$z=64i$
karmaşık sayısının 6. kuvvetten köklerini köşe kabul eden çokgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 6　B) $4\sqrt{3}$　C) $6\sqrt{3}$　D) 9　E) $12\sqrt{3}$

1-C 2-E 3-D 4-D 5-C

KARMAŞIK SAYILAR

Sınavlara Hazırlık Genel Çözümlü Test

ÇÖZÜMLÜ TEST - 1

1. $\dfrac{i^{15}+i^{43}+i^{16}+i^{46}}{(1-i)^2}$

işleminin sonucu nedir?

A) –i B) –1 C) i D) 1 E) –2

Çözüm:

15 : 4 → kalan 3

43 : 4 → kalan 3

16 : 4 → kalan 0

46 : 4 → kalan 2

$$\frac{i^{15}+i^{43}+i^{16}+i^{46}}{(1-i)^2}=\frac{i^3+i^3+i^0+i^2}{-2i}=\frac{-i-i+1-1}{-2i}$$

$$=\frac{-2i}{-2i}=1 \text{ bulunur.}$$

CEVAP: D

2. $(3+i)^{-2}+(3-i)^{-2}$

işleminin sonucu nedir?

A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{6}{25}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{4}{25}$

Çözüm:

$$(3+i)^{-2}+(3-i)^{-2}=\frac{1}{(3+i)^2}+\frac{1}{(3-i)^2}$$

$$=\frac{1}{9+6i-1}+\frac{1}{9-6i-1}=\frac{1}{\underset{(8-6i)}{8+6i}}+\frac{1}{\underset{(8+6i)}{8-6i}}$$

$$=\frac{8-6i+8+6i}{64+36}=\frac{16}{100}=\frac{4}{25} \text{ bulunur.}$$

CEVAP: E

3. $\dfrac{2}{1+i}+3a-4bi=7-5i$

olduğuna göre, a + b nin değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm:

$$\frac{2}{\underset{(1-i)}{1+i}}+3a-4bi=7-5i$$

$$\Rightarrow \frac{2(1-i)}{2}+3a-4bi=7-5i$$

$$\Rightarrow 1-i+3a-4bi=7-5i$$

$$\Rightarrow 1+3a=7 \ \vee \ -1-4b=-5$$

$$a=2 \ \vee \ b=1 \text{ olur.}$$

$a+b=2+1=3$ bulunur.

CEVAP: B

4. $z=1+i$

olduğuna göre, $z^2+z-z^{-1}-1$ ifadesinin eşiti nedir?

A) $\frac{1+3i}{2}$ B) $\frac{-1+7i}{2}$ C) $\frac{2+3i}{2}$ D) $\frac{-2+i}{2}$ E) $\frac{1-i}{2}$

Çözüm:

$$z^2+z-\frac{1}{z}-1=(1+i)^2+(1+i)-\frac{1}{\underset{(1-i)}{1+i}}-1$$

$$=2i+1+i-\frac{1-i}{2}-1$$

$$=3i-\frac{1-i}{2}=\frac{6i-1+i}{2}$$

$$=\frac{-1+7i}{2} \text{ bulunur.}$$

CEVAP: B

5. $z=\dfrac{2+3i}{1-2i}$

eşleniğinin sanal kısmı nedir?

A) –1 B) $-\frac{7}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) 1 E) $\frac{7}{5}$

Çözüm:

$$z=\frac{2+3i}{\underset{(1+2i)}{1-2i}}=\frac{2+3i+4i+6i^2}{5}=\frac{-4+7i}{5}$$

$$\bar{z}=\frac{-4-7i}{5} \Rightarrow Im(\bar{z})=-\frac{7}{5} \text{ bulunur.}$$

CEVAP: B

6. $z_1=3+2i,\quad z_2=2-i,\quad z_3=2+2i$

olduğuna göre, $\left(\dfrac{z_1+z_3}{z_2-z_3}\right)^2$ işleminin sonucu nedir?

A) $\frac{3-2i}{9}$ B) $\frac{5+3i}{4}$ C) $\frac{-9-6i}{5}$ D) $\frac{-9-40i}{9}$ E) $\frac{5-6i}{9}$

Çözüm:

$$\left(\frac{z_1+z_3}{z_2-z_3}\right)^2=\left(\frac{3+2i+2+2i}{2-i-2-2i}\right)^2=\left(\frac{5+4i}{-3i}\right)^2$$

$$=\frac{25+40i+16i^2}{9i^2}=\frac{9+40i}{-9}=\frac{-9-40i}{9} \text{ bulunur.}$$

CEVAP: D

7. $|z|-8=4i-i\bar{z}$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı nedir?

A) 4 + 3i B) 3 – 4i C) 2 – 3i D) 4 – 3i E) 5 + 3i

Çözüm:

$z=x+yi$ olmak üzere;

$$|z|-8=4i-i\bar{z} \Rightarrow |x+yi|-8=4i-i(\overline{x+yi})$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2+y^2}-8=4i-xi+yi^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2+y^2}-8=4i-xi-y$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2+y^2}=8-y \ \text{ ve } \ 0=4-x$$

$$x=4$$

$$\Rightarrow 16+\cancel{y^2}=64-16y+\cancel{y^2}$$

$$-48=-16y$$

$$3=y$$

$z=x+yi \Rightarrow z=4+3i$ bulunur.

CEVAP: A

8. $z=\dfrac{(\sqrt{3}+\sqrt{2}i)\cdot(\sqrt{6}+3i)\cdot(1-\sqrt{2}i)}{(\sqrt{7}-3i)\cdot(3+4i)}$

olduğuna göre, z karmaşık sayısının mutlak değeri nedir?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

Çözüm:

$$|z|=\frac{|\sqrt{3}+\sqrt{2}i|\cdot|\sqrt{6}+3i|\cdot|1-\sqrt{2}i|}{|\sqrt{7}-3i|\cdot|3+4i|}$$

$$|z|=\frac{\sqrt{3+2}\cdot\sqrt{6+9}\cdot\sqrt{1+2}}{\sqrt{7+9}\cdot\sqrt{9+16}}=\frac{\sqrt{5}\cdot\sqrt{15}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{16}\cdot\sqrt{25}}$$

$$|z|=\frac{\sqrt{15}\cdot\sqrt{15}}{4\cdot 5}=\frac{15}{4\cdot 5}=\frac{3}{4} \text{ bulunur.}$$

CEVAP: E

9. $(1-i)^2+(1+i)^3+(1-i)^4+(1+i)^5=a+bi$

olduğuna göre, **a + b toplamı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) −14 B) −13 C) −12 D) −11 E) −10

Çözüm:

$(1+i)^2=2i$ ve $(1-i)^2=-2i$ olmak üzere;

$$(1-i)^2+(1+i)^2\cdot(1+i)+((1-i)^2)^2+((1+i)^2)^2\cdot(1+i)=a+bi$$
$$-2i+2i(1+i)+(-2i)^2+(2i)^2(1+i)=a+bi$$
$$-2i+2i-2-4-4(1+i)=a+bi$$
$$-6-4-4i=a+bi$$
$$-10-4i=a+bi$$

$a=-10$ ve $b=-4$ tür.

$a+b=-10-4=-14$ bulunur.

CEVAP: A

10. $x^2-2\sqrt{3}x+4=0$

ikinci dereceden denklemin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{2}+i$ B) $\sqrt{3}-i$ C) $\sqrt{2}-i$ D) $\sqrt{3}-\sqrt{2}i$ E) $1+\sqrt{3}i$

Çözüm:

$x^2-2\sqrt{3}x+4=0 \Rightarrow \Delta=b^2-4ac$

$\Delta=12-4\cdot1\cdot4=-4$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{2\sqrt{3}\pm\sqrt{-4}}{2\cdot1}=\sqrt{3}\pm i$$

$x_1=\sqrt{3}+i$, $x_2=\sqrt{3}-i$ bulunur.

CEVAP: B

11. a ve b gerçel sayıları olmak üzere;

$z=\dfrac{a-bi}{a+bi}$ için,

Re(z) = 0 koşulunu sağlayan bağıntı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) a = 3b B) a = 2b C) b = 2a D) 2a = 3b E) a = −b

Çözüm:

$$z=\underset{(a-bi)}{\frac{a-bi}{a+bi}}=\frac{(a-bi)^2}{a^2+b^2}=\frac{a^2-2abi-b^2}{a^2+b^2}$$

$$\Rightarrow \text{Re}(z)=\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}=0 \Rightarrow a^2-b^2=0$$

$\Rightarrow a-b=0$ veya $a+b=0$

$\Rightarrow a=b$ veya $a=-b$ bulunur.

CEVAP: E

12. k reel bir sayı olmak üzere;

$z=\dfrac{k(1+i)+3i}{k+3+ki}$

olduğuna göre, **z nin orijine uzaklığı kaç br dir?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm:

z nin orijine olan uzaklığı |z| dir.

$$|z|=\left|\frac{k+ki+3i}{k+3+ki}\right|=\frac{\sqrt{k^2+(k+3)^2}}{\sqrt{(k+3)^2+k^2}}=1 \text{ dir.}$$

CEVAP: A

13. $z=\dfrac{4i}{2\sqrt{2}+2\sqrt{2}i}$

olduğuna göre, **z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\sqrt{2}+\sqrt{2}i$ B) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}i$ C) $1+i$ D) $\sqrt{2}-\sqrt{2}i$ E) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}i$

Çözüm:

z karmaşık sayısının pay ve paydasını ayrı ayrı kutupsal forma çevirelim.

$$z=\frac{4i}{2\sqrt{2}+2\sqrt{2}i}=\frac{4\text{cis}90°}{4\text{cis}45°}$$
$$=\text{cis}(90°-45°)=\cos45°+i\sin45°$$
$$=\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ bulunur.}$$

CEVAP: B

14. $z=\dfrac{1+i\cot x}{1-i\tan x}$

olduğuna göre, **|z| aşağıdakilerden hangisidir?**

A) tanx B) sinx C) cosx D) cotx E) secx

Çözüm:

$$|z|=\left|\frac{1+i\dfrac{\cos x}{\sin x}}{1-i\dfrac{\sin x}{\cos x}}\right|=\left|\frac{\dfrac{\sin x+i\cos x}{\sin x}}{\dfrac{\cos x-i\sin x}{\cos x}}\right|$$

$$=\frac{\sqrt{\dfrac{\sin^2x+\cos^2x}{\sin^2x}}}{\sqrt{\dfrac{\cos^2x+\sin^2x}{\cos^2x}}}=\frac{\dfrac{1}{\sin x}}{\dfrac{1}{\cos x}}=\frac{\cos x}{\sin x}=\cot x \text{ bulunur.}$$

CEVAP: D

15. −2 + i ve 3 + 2i noktalarına eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 5x + y = 4 B) 3x + 2y = 2 C) x + y = 3 D) 3x + y = 3 E) 5x + 3y = 4

Çözüm:

−2 + i ve 3 + 2i karmaşık sayıları analitik düzlemde A(−2, 1) ve B(3, 2) dir.

Bu noktalara eşit uzaklıktaki nokta C(x, y) olduğuna göre, |AC| = |CB| olmalıdır.

Buna göre,

$$\sqrt{(x+2)^2+(y-1)^2}=\sqrt{(x-3)^2+(y-2)^2}$$
$$x^2+4x+4+y^2-2y+1=x^2-6x+9+y^2-4y+4$$
$$10x+2y=8$$
$$5x+y=4 \text{ bulunur.}$$

CEVAP: A

16. $\bar{z}=\dfrac{16}{z}$

olduğuna göre, **$|z|^2-4|z|+3$ ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm:

$|z|=|\bar{z}|=\sqrt{x^2+y^2}$, $z\cdot\bar{z}=16$,

$z\cdot\bar{z}=|z|^2$ ve $|z|^2=16$ ve $|z|=4$ tür.

Buna göre,

$|z|^2-4|z|+3=16-4\cdot4+3=3$ bulunur.

CEVAP: B

KARMAŞIK SAYILAR
Sınavlara Hazırlık Genel Çözümlü Test

ÇÖZÜMLÜ TEST - 2

1. $z+\bar{z}=6$

$\bar{z}-z=2i$

olduğuna göre, $\overline{(z+3i)}$ **nedir?**

A) $3+i$ B) $3-2i$ C) $2-3i$ D) $-3+2i$ E) $2+3i$

ÇÖZÜM:

$$z+\bar{z}=6$$
$$+\ \bar{z}-z=2i$$
$$2\cdot\bar{z}=6+2i$$
$$\bar{z}=3+i \Rightarrow z=3-i$$
$\overline{(z+3i)}=\overline{(3-i+3i)}=\overline{(3+2i)}=3-2i$ bulunur.

CEVAP: B

2. $m \in R$ olmak üzere;

$z=m+(m+i)i$ ve $|z-zi|=3$

olduğuna göre, **m değerlerinin toplamı kaçtır?**

A) −2 B) −1 C) 1 D) 2 E) 3

ÇÖZÜM:

$z=m+(m+i)i \Rightarrow z=m+mi+i^2$

$z=m-1+mi$ bulunur.

$|z-zi|=3 \Rightarrow |(m-1+mi-i(m-1+mi)|=3$

$|m-1+mi-mi+i+m|=3$

$|2m-1+i|=3$

$(2m-1)^2+1^2=9$

$4m^2-4m+1+1-9=0$

$4m^2-4m-7=0$ ise

$m_1+m_2=\frac{4}{4}=1$ bulunur.

CEVAP: C

3. $-3+4i$, $1+i$, $-3+2i$

noktalarını köşe kabul eden üçgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

ÇÖZÜM:

ABC üçgeninin köşeleri A(−3, 4), B(1, 1) ve C(−3, 2) olsun. Buna göre bu üçgenin alanı

$$A(ABC)=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}-3 & 4\\ 1 & 1\\ -3 & 2\\ -3 & 4\end{vmatrix}$$

$=\frac{1}{2}|-3+2-12-4+3+6|$

$=\frac{1}{2}|-8|=4\ br^2$ bulunur.

CEVAP: C

4. $z \in C$ ve $z^2-4\bar{z}+4=0$

denklemini sağlayan z ler için Im(z) kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {0} B) {−4, 4} C) {−4, 0, 4} D) {0, −2} E) {−1, 0, 1}

ÇÖZÜM:

$z=a+bi$ olsun.

$(a+bi)^2-4(a-bi)+4=0$

$a^2+2abi-b^2-4a+4bi+4=0$

$\Rightarrow a^2-b^2-4a+4=0$ ve $2ab+4b=0$

$\Rightarrow (a-2)^2=b^2$ ve $2b(a+2)=0$

$b=0$ veya $a=-2$ dir.

$a=-2$ için $(-2-2)^2=b^2$

$16=b^2 \Rightarrow b=4$ veya $b=-4$ tür.

$Im(z)=b \Rightarrow \{-4, 0, 4\}$ bulunur.

CEVAP: C

5. $z_1=4-3i$ ve $z_2=3+xi$

noktaları arasındaki uzaklık $\sqrt{10}$ br olduğuna göre, **x in alacağı değerler toplamı kaçtır?**

A) −9 B) −8 C) −6 D) −5 E) −4

ÇÖZÜM:

$|z_1-z_2|=|4-3i-(3+xi)|=\sqrt{10}$

$|4-3i-3-xi|=\sqrt{10}$

$|1-(3+x)i|=\sqrt{10}$

$1+(3+x)^2=10$

$(3+x)^2=9$

$3+x=3$ veya $3+x=-3$

$x=0$ veya $x=-6$ dır.

x in alacağı değerler toplamı $0-6=-6$ bulunur.

CEVAP: C

6. $z-4+3i=1+6i$

koşulunu sağlayan z karmaşık sayısının argümenti θ olduğuna göre, **tanθ kaçtır?**

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

ÇÖZÜM:

$z-4+3i=1+6i \Rightarrow z=5+3i$

$z=a+bi$ ve $a>0$ ve $b>0$ iken

$Arg(z)=\tan\theta=\frac{b}{a}$ dır.

Buna göre, $\tan\theta=\frac{3}{5}$ bulunur.

CEVAP: E

7. $|z-4-3i|=4$ ve $|z+2+5i|=3$

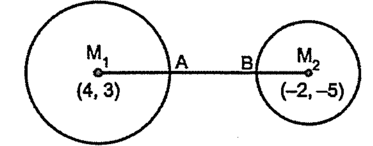
koşullarını sağlayan z karmaşık sayıları arasındaki en kısa uzaklık kaç br dir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM:

$|z-4-3i|=4 \Rightarrow M_1(4,3)$ ve $r_1=4$

$|z+2+5i|=3 \Rightarrow M_2(-2,-5)$ ve $r_2=3$



İki çember arasındaki en kısa uzaklık |AB| uzunluğudur.

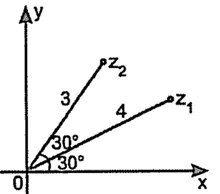
$|AB|=|M_1M_2|-(r_1+r_2)$

$=\sqrt{(4+2)^2+(3+5)^2}-(3+4)$

$=10-7=3$ br bulunur.

CEVAP: C

8. Yanda verilenlere göre, **$z_1 \cdot z_2$ nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**



A) $6+6i$ B) $12i$ C) $6i$ D) $-12i$ E) $12-12i$

ÇÖZÜM:

$z_1=4cis30°=4(\cos30°+i\sin30°)$

$z_2=3cis60°=3(\cos60°+i\sin60°)$

$z_1\cdot z_2=4\cdot3((\cos(30°+60°)+i\sin(30°+60°))$

$=12(\cos90°+i\sin90°)$

$=12(0+i\cdot1)=12i$ bulunur.

CEVAP: B

9. $z = x + yi$ olmak üzere;

$|z+1| = |z-3|$

olduğuna göre, **z nin karmaşık düzlemdeki geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) Gerçek eksene dik bir doğru

B) Sanal eksene dik bir doğru

C) 1 br çaplı çember

D) 1. açıortay doğrusu

E) 2. açıortay doğrusu

Çözüm:

$|z+1| = |z-3| \Rightarrow |x+yi+1| = |x+yi-3|$

$\sqrt{(x+1)^2+y^2} = \sqrt{(x-3)^2+y^2}$

$x^2+2x+1+y^2 = x^2-6x+9+y^2$

$8x = 8$

$x = 1$ bulunur.

CEVAP: A

10. $z = \sin 50°(\tan 40° - i)$

karmaşık sayısının esas argümenti nedir?

A) 130° B) 220° C) 230° D) 310° E) 350°

Çözüm:

$z = \sin 50°\left(\frac{\sin 40°}{\cos 40°} - i\right)$

$= \cos 40°\left(\frac{\sin 40° - i\cos 40°}{\cos 40°}\right)$

$= \sin 40° - i\cos 40°$

$= \cos 50° - i\sin 50°$ (4. bölge)

$= \cos 310° + i\sin 310°$

Buna göre, $\text{Arg}(z) = 310°$ bulunur.

CEVAP: D

11. $z_1 = 3(\cos 75° + i\sin 75°)$

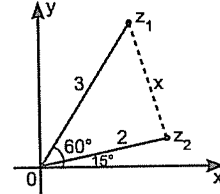
$z_2 = 2(\cos 15° + i\sin 15°)$

karmaşık sayıları arasındaki uzaklık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{7}$ B) 3 C) $\sqrt{11}$ D) $\sqrt{13}$ E) $\sqrt{15}$

Çözüm:

z_1 ile z_2 arasındaki uzaklığı bulmak için $(z_1 \hat{O} z_2)$ de cosinüs teoremi yapalım.



$x^2 = 3^2 + 2^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \cos 60°$

$x^2 = 9 + 4 - 12 \cdot \frac{1}{2}$

$x^2 = 13 - 6$

$x^2 = 7 \Rightarrow x = \sqrt{7}$ bulunur.

CEVAP: A

12. A, B, C ve D bir dörtgenin iç açılarının ölçüleri olmak üzere;

$z_1 = 3(\text{cis} A)$, $z_2 = 2(\text{cis} B)$

$z_3 = 4(\text{cis} C)$, $z_4 = \text{cis} D$

olduğuna göre, $z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 \cdot z_4$ **çarpımının eşiti nedir?**

A) –48 B) –24 C) 24 D) 24i E) 48i

Çözüm:

$z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 \cdot z_4 = 3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 1 \cdot \text{cis}(A+B+C+D)$

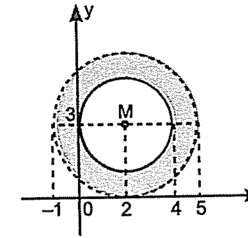
$= 24 \text{cis} 360°$

$= 24(\underbrace{\cos 360°}_{1} + i\underbrace{\sin 360°}_{0})$

$= 24$ bulunur.

CEVAP: C

13. $z = x + yi$ olmak üzere, **şekildeki taralı bölge aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?**



A) $4 \le |z-2-3i| < 9$

B) $2 \le |z-2-3i| < 3$

C) $2 \le |z+2+3i| < 3$

D) $2 \le |z-2-3i| \le 3$

E) $4 \le |z+2+3i| < 9$

Çözüm:

Şekildeki iki çemberinde merkezleri ortak ve M(2, 3) tür.

Küçük çemberin yarıçapı $r_1 = 2$

Büyük çemberin yarıçapı $r_2 = 3$ olduğuna göre,

Taralı bölge $2 \le |z-2-3i| < 3$ bulunur.

CEVAP: B

14. $z = \cos 220° + i\sin 220°$

olduğuna göre, z^{-1} **sayısı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\cos 40° + i\sin 40°$

B) $\cos 140° + i\sin 140°$

C) $\cos 220° + i\sin 220°$

D) $\cos 40° - i\sin 40°$

E) $\cos 320° + i\sin 220°$

Çözüm:

$z = \cos 220° + i\sin 220°$

$\Rightarrow z^{-1} = \cos(-220°) + i\sin(-220°)$

$= \cos(360° - 220°) + i\sin(360° - 220°)$

$= \cos 140° + i\sin 140°$ bulunur.

CEVAP: B

15. $z \in C$ olmak üzere;

$|z - 8i + 6| \le 2$

kümesinin grafiğinin başlangıç noktasına olan uzaklığı en az kaç br dir?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

Çözüm:

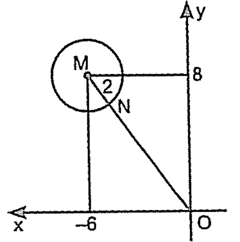
$|z-8i+6| \le 2 \Rightarrow |z-(-6+8i)| \le 2$ den

M(–6, 8) ve $r = 2$ olan çember ve iç bölgesi elde edilir.

Bu çemberin orijine en yakın uzaklığı |ON| dir.

|OM| – r = |ON|

10 – 2 = 8 br bulunur.



CEVAP: B

16. $z = \sin 70° + (1 + \cos 70°)i$

karmaşık sayısının esas argümenti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 20° B) 35° C) 45° D) 55° E) 65°

Çözüm:

$z = \sin 70° + (1 + \cos 70°)i$

$z = 2\sin 35° \cdot \cos 35° + (1 + 2\cos^2 35° - 1)i$

$z = 2\sin 35° \cdot \cos 35° + 2\cos^2 35° \cdot i$

$z = 2\cos 35° \cdot (\sin 35° + i\cos 35°)$

$z = 2\cos 35° \cdot (\cos 55° + i\sin 55°)$

$z = 2\cos 35° \cdot (\text{cis} 55°)$

$\text{Arg}(z) = 55°$ dir.

CEVAP: D

KARMAŞIK SAYILAR

Sınavlara Hazırlık Genel Çözümlü Test

ÇÖZÜMLÜ TEST - 3

1. $z_1 = 12(\cos 10° + i\sin 10°)$

$z_2 = 3(\cos 55° + i\sin 55°)$

sayıları için, $z_1 \cdot z_2^{-1}$ işleminin sonucu nedir?

A) $2\sqrt{2}(1-i)$ B) $\sqrt{2}(1-i)$ C) $2\sqrt{2}(-1+i)$

D) $\sqrt{2}(-1+i)$ E) $2\sqrt{2}(-1-i)$

Çözüm:

$$z_1 \cdot z_2^{-1} = \frac{z_1}{z_2} = 4[\cos(10° - 55°) + i\sin(10° - 55°)]$$

$$= 4[\cos(-45°) + i\sin(-45°)]$$

$$= 4\left[\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$$

$= 2\sqrt{2} - i2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}(1-i)$ bulunur.

CEVAP: A

2. $\text{Arg}(z-4) = \frac{5\pi}{6}$ **ve** $\text{Arg}(z-2i) = \frac{\pi}{2}$

koşulunu sağlayan z sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\sqrt{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{4\sqrt{3}}{3}i$

D) $2\sqrt{3}i$ E) $\frac{\sqrt{3}}{3}i$

Çözüm:

$z = x + yi$ olsun.

$\text{Arg}(z-2i) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \underbrace{\text{Arg}(x+yi-2i)}_{\beta} = \frac{\pi}{2}$

$\tan\beta = \frac{y-2}{x} = \tan\frac{\pi}{2} = \frac{\sin 90°}{\cos 90°} =$ tanımsız

Buna göre, $x = 0$ dır.

$\text{Arg}(z-4) = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \underbrace{\text{Arg}(x+yi-4)}_{\beta} = \frac{5\pi}{6}$

$\tan\beta = \frac{y}{x-4} = \tan\frac{5\pi}{6} = \tan 150° = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

Buna göre,

$\frac{y}{x-4} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{y}{0-4} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow y = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ tür.

Buna göre, $z = x + yi = 0 + \frac{4\sqrt{3}}{3}i = \frac{4\sqrt{3}}{3}i$

bulunur.

CEVAP: C

3. $z = -\sin 25° - i\cos 25°$

karmaşık sayısının esas argümenti nedir?

A) 155° B) 205° C) 245° D) 295° E) 335°

Çözüm:

$z = -\sin 25° - i\cos 25°$

$z = -\cos 65° - i\sin 65°$

(Reel ve sanal sayıların her ikisi de negatif olduğu için z 3. bölgededir.)

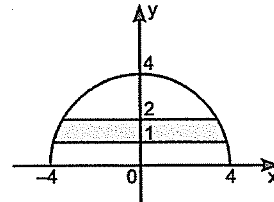
$z = \cos(180° + 65°) + i\sin(180° + 65°)$

$z = \cos 245° + i\sin 245°$ olduğundan

$\text{Arg}(z) = 245°$ dir.

CEVAP: C

4. Şekildeki taralı bölgeyi ifade eden karmaşık sayıların kümesi aşağıdakilerden hangisidir?



A) $\{z \mid z \in C, |z| \le 4$ ve $\text{Im}(z) \ge 1\}$

B) $\{z \mid z \in C, z \cdot \bar{z} \le 4$ ve $1 \le \text{Re}(z) \le 2\}$

C) $\{z \mid z \in C, |z| \le 4$ ve $\text{Re}(z) \ge 1\}$

D) $\{z \mid z \in C, |z| \le 4$ ve $1 \le \text{Im}(z) \le 2\}$

E) $\{z \mid z \in C, |z| \le 2$ ve $1 \le \text{Im}(z) \le 2\}$

Çözüm:

Çemberin merkezi M(0, 0), yarıçapı

r = 4 ve çemberin iç bölgesi taralı alan olduğu için $|z| \le 4$ olmalıdır.

Sanal eksen 1 ile 2 arasında tarandığı için $1 \le \text{Im}(z) \le 2$ olmalıdır.

CEVAP: D

5. $f(z) = z^2 - 2z + 1$ ve $g(z) = z^3 - 3z + 1$

olduğuna göre, **$(g \circ f)(-i)$ aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $3 - 4i$ B) $1 + 14i$ C) $-5 + 6i$

D) $-4 + 7i$ E) $1 - 14i$

Çözüm:

$f(z) = z^2 - 2z + 1 \Rightarrow f(-i) = (-i)^2 - 2(-i) + 1$

$= -1 + 2i + 1$

$= 2i$ dir.

$(g \circ f)(-i) = g(f(-i)) = g(2i)$

$g(z) = z^3 - 3z + 1 \Rightarrow g(2i) = (2i)^3 - 3(2i) + 1$

$= 8i^3 - 6i + 1$

$= -8i - 6i + 1$

$= 1 - 14i$ bulunur.

CEVAP: E

6. $z = 81 \cdot (\cos 80° + i\sin 80°)$

sayısının dördüncü kuvvetten köklerinden birisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3(\cos 40° + i\sin 40°)$

B) $9(\cos 20° + i\sin 20°)$

C) $3(\cos 180° + i\sin 180°)$

D) $3(\cos 240° + i\sin 240°)$

E) $3(\cos 290° + i\sin 290°)$

Çözüm:

$w^4 = z \Rightarrow w = \sqrt[4]{z} = 3(\cos 20° + i\sin 20°)$

sayısı verilen z sayısının birinci kökü kabul edilirse diğer kökleri bulmak için;

$|w_0| = |w_1| = |w_2| = |w_3| = 3$ tür.

$\text{Arg}\,w_1 = 20° + 90° = 110°$

$\text{Arg}\,w_2 = 110° + 90° = 200°$

$\text{Arg}\,w_3 = 200° + 90° = 290°$

$w_1 = 3(\cos 110° + i\sin 110°)$

$w_2 = 3(\cos 200° + i\sin 200°)$

$w_3 = 3(\cos 290° + i\sin 290°)$ bulunur.

CEVAP: E

7. Şekilde z_1 ve z_2 karmaşık sayıları görülmektedir.

Buna göre, $\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^4$ **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $-81i$ B) $-27i$ C) $81(1+i)$

D) $81\sqrt{2}(1+i)$ E) -81

Çözüm:

$\text{Arg}(z_1) = \theta$ ve $\text{Arg}(z_2) = \theta + 45°$ olur.

$\frac{z_2}{z_1} = \frac{6\text{cis}(45° + \theta)}{2\text{cis}(\theta)} = 3\text{cis}(45° + \theta - \theta)$

$= 3\text{cis}45°$

$\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^4 = (3\text{cis}45°)^4 = 3^4 \cdot (\text{cis}(4 \cdot 45°))$

$= 81 \cdot (\cos 180° + i\sin 180°)$

$= 81 \cdot (-1 + i \cdot 0)$

$= -81$ bulunur.

CEVAP: E

8. Modülü 3 ve esas argümenti 20° olan z_1 sayısı ile modülü 4, esas argümenti 115° olan z_2 sayısı veriliyor.

Buna göre, **$z_1 \cdot z_2$ çarpımının eşiti kaçtır?**

A) $6 + 6i$ B) $4\sqrt{2} - 4\sqrt{2}i$ C) $-6\sqrt{2} + 6\sqrt{2}i$

D) $12\sqrt{2} - 12\sqrt{2}i$ E) $3\sqrt{2} - 3\sqrt{2}i$

Çözüm:

$z_1 = 3\text{cis}20°$ ve $z_2 = 4\text{cis}115°$

$\Rightarrow z_1 \cdot z_2 = (3\text{cis}20°) \cdot (4\text{cis}115°)$

$= 12 \cdot \text{cis}(20° + 115°)$

$= 12 \cdot (\cos 135° + i\sin 135°)$

$= 12\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$= -6\sqrt{2} + i6\sqrt{2}$ bulunur.

CEVAP: C

9. $|z+1| = |z+i|$

ifadesinin karmaşık düzlemdeki geometrik yeri nedir?

A) Çember

B) x eksenine dik bir doğru

C) y eksenine dik bir doğru

D) I. açıortay doğrusu

E) II. açıortay doğrusu

Çözüm:

$z = x + yi$ olmak üzere;

$|z+1| = |z+i| \Rightarrow |x+yi+1| = |x+yi+i|$

$\Rightarrow \sqrt{(x+1)^2+y^2} = \sqrt{(x)^2+(y+1)^2}$

$\Rightarrow x^2+2x+1+y^2 = x^2+y^2+2y+1$

$2x = 2y$

$x = y$ bulunur.

$y = x$ doğrusu 1. açıortay doğrusudur.

CEVAP: D

10. $z = 16i$

karmaşık sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{2}-\sqrt{2}i$ B) $\sqrt{2}+\sqrt{2}i$ C) $2\sqrt{2}-2\sqrt{2}i$

D) $-2\sqrt{2}-2\sqrt{2}i$ E) $-\sqrt{2}-\sqrt{2}i$

Çözüm:

$z = 16i$ karmaşık sayısının kutupsal formu $z = 16(\cos 90° + i\sin 90°)$ dir.

Bu karmaşık sayısının karekökleri,

$w_0 = \sqrt{16}\left(\cos\frac{90°}{2} + i\sin\frac{90°}{2}\right)$

$w_0 = 4(\cos 45° + i\sin 45°)$

$w_0 = 4\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 2\sqrt{2}+2\sqrt{2}i$

$w_1 = -w_0 \Rightarrow w_1 = -2\sqrt{2}-2\sqrt{2}i$ bulunur.

CEVAP: D

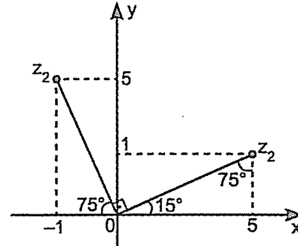
11. Bir (x, y) noktasının orijin etrafında pozitif yönde 15° döndürülmesiyle (5, 1) noktası elde ediliyor.

Aynı (x, y) noktası orijin etrafında 105° döndürülürse elde edilen nokta aşağıdakilerden hangisi olur?

A) (5, 1) B) (1, 5) C) (–1, 5)

D) (–5, 1) E) (–1, –5)

Çözüm:



(x, y) noktası 15° döndürülürse z_1 noktası elde ediliyor. (x, y) noktasını 105° döndürürsek z_2 noktası elde ediliyor. Bu iki üçgen birebir benzer üçgenler olup z_2 noktası (–1, 5) bulunur.

CEVAP: C

12. $|z+8i| = 4$

koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarının esas argümenti en fazla kaç radyandır?

A) $\frac{7\pi}{4}$ B) $\frac{11\pi}{6}$ C) $\frac{7\pi}{6}$ D) $\frac{3\pi}{4}$ E) $\frac{5\pi}{3}$

Çözüm:

$z = x + yi$ olsun.

$|x+yi+8i| = 4$

$|x+(y+8)i| = 4$

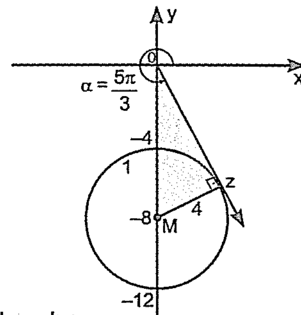
$\sqrt{x^2+(y+8)^2} = 4$

$x^2+(y+8)^2 = 16$

M(0, – 8) ve r = 4

Esas argümenti en fazla z olup,

$\text{Arg}(z) = \alpha \Rightarrow \text{Arg}(z) = 300° = \frac{5\pi}{3}$ bulunur.



CEVAP: E

13. $z = x + yi$ sayısının görüntüsü A(x, y) noktasıdır.

$\text{Arg}(z-2) = \frac{\pi}{3}$

olduğuna göre, **x ile y arasındaki bağıntı nedir?**

A) $y = \sqrt{3}(x-2)$ B) $y = \sqrt{3}(x+2)$

C) $y = \frac{\sqrt{3}}{3}(x-2)$ D) $y = \frac{\sqrt{3}}{3}(x+2)$

E) $y = (x-2)$

Çözüm:

$z = x + yi$ sayısının görüntüsü A(x, y) ve

$\text{Arg}(z) = \theta$ olduğuna göre,

$\tan\theta = \frac{y}{x}$ dir.

$0° < \theta < 90°$

$z-2 = x+yi-2 = (x-2)+yi$

$z-2$ sayısının görüntüsü A(x – 2, y) ve

$\text{Arg}(z-2) = \frac{\pi}{3}$ ve $\tan\frac{\pi}{3} = \frac{y}{x-2}$

$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{y}{x-2} \Rightarrow y = \sqrt{3}(x-2)$ bulunur.

CEVAP: A

14. z_1 ve z_2 karmaşık sayılarının kutupsal yazımı

$z_1 = \left(6, \frac{\pi}{4}\right)$ ve $z_2 = \left(2, \frac{\pi}{2}\right)$

olduğuna göre, **$z_1 \cdot z_2$ nin standart biçimindeki yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $3\sqrt{2}(-1+i)$ B) $6\sqrt{2}(1-i)$ C) $4\sqrt{2}(-1-i)$

D) $3\sqrt{2}(1+i)$ E) $6\sqrt{2}(-1+i)$

Çözüm:

$z_1 = \left(6, \frac{\pi}{4}\right) = 6\,\text{cis}\frac{\pi}{4} = 6(\cos 45° + i\sin 45°)$

$z_2 = \left(2, \frac{\pi}{2}\right) = 2\,\text{cis}\frac{\pi}{2} = 2(\cos 90° + i\sin 90°)$

$z_1 \cdot z_2 = 12(\cos 135° + i\sin 135°)$

$z_1 \cdot z_2 = 12\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -6\sqrt{2}+6\sqrt{2}i$

$= 6\sqrt{2}(-1+i)$ dir.

CEVAP: E

15. $z = \cos\frac{3\pi}{5} + i\sin\frac{3\pi}{5}$ sayısı için,

$i \cdot z$ sayısının esas argümenti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{6\pi}{5}$ B) $\frac{8\pi}{5}$ C) $\frac{11\pi}{10}$ D) $\frac{13\pi}{10}$ E) $\frac{11\pi}{6}$

ÇÖZÜM:

$z_1 = i$ olsun.

Buna göre, z_1 sayısının kutupsal formu

$z_1 = 1\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$ olur.

$i \cdot z = z_1 \cdot z = \text{cis}\frac{\pi}{2} \cdot \text{cis}\frac{3\pi}{5}$

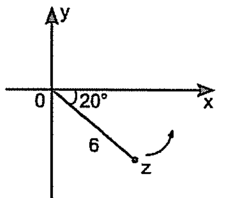
$= \text{cis}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{5}\right)$

$= \text{cis}\left(\frac{11\pi}{10}\right)$

$i \cdot z$ sayısının esas argümenti $\frac{11\pi}{10}$ bulunur.

CEVAP: C

16. Şekildeki z karmaşık sayısı pozitif yönde (ok yönünde) 140° döndürülürse, hangi noktaya gelir?



A) $(-3, 3\sqrt{3})$ B) $(-1, \sqrt{3})$ C) $(-\sqrt{3}, 1)$

D) $(-2, 2\sqrt{3})$ E) $(3, 3\sqrt{3})$

Çözüm:

$z = 6\,\text{cis}(-20°)$ dir.

Oluşacak yeni karmaşık sayı z_1 olduğuna göre;

$z_1 = z \cdot (\cos\alpha + i\sin\alpha)$

$z_1 = 6\,\text{cis}(-20°) \cdot (\cos 140° + i\sin 140°)$

$z_1 = 6\,\text{cis}120°$

$z_1 = 6(\cos 120° + i\sin 120°)$

$z_1 = 6\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -3+3\sqrt{3}i$

$= (-3, 3\sqrt{3})$ bulunur.

CEVAP: A

KARMAŞIK SAYILAR

Karmaşık Sayıların Reel, Sanal Kısmı ve Kökleri

TEST 1

1. **Aşağıdakilerden kaç tanesi karmaşık sayıdır?**

I. $3 - i$ **II.** 8 **III.** $4i$

IV. 0 **V.** $-7i$ **VI.** $1 + 5i$

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

2. $\sqrt{-16} + \sqrt{-1} - \sqrt{-36}$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-11i$ B) $-8i$ C) $-6i$ D) i E) $-i$

3. $\sqrt{-36} \cdot \sqrt{-25}$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) -30 B) $-30i$ C) 30 D) $30i$ E) -60

4. $z = -3 - 6i$

olmak üzere $\mathrm{Re}(z) - \mathrm{Im}(z)$ **nedir?**

A) $-3 + 6i$ B) $3i$ C) -3 D) 3 E) 9

5. $z_1 = 5 - 2i$, $z_2 = 6$ ve $z_3 = -8i$

olmak üzere, $\dfrac{R(z_1) + R(z_2)}{\mathrm{Im}(z_2) + \mathrm{Im}(z_3)}$ **nedir?**

A) -2 B) $-\frac{11}{8}$ C) -1 D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{11}{8}$

6. $x^2 + 6 = 0$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

A) $\{-6, 6\}$ B) $\{\sqrt{6}\}$ C) $\{-\sqrt{6}\}$ D) $\{\pm 6i\}$ E) $\{\mp\sqrt{6}\,i\}$

7. $x^2 - 6x + 10 = 0$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

A) $\{1 + 2i, 1 - 2i\}$ B) $\{3 + i, 3 - i\}$

C) $\{2 + 3i, 2 - 3i\}$ D) $\{1 + 3i, 1 - 3i\}$

E) $\{3 + 4i, 3 - 4i\}$

8. **Köklerinden biri $4 - 2i$ olan reel kat sayılı ikinci dereceden denklem nedir?**

A) $x^2 + 8x + 20 = 0$ B) $x^2 + 8x - 20 = 0$

C) $x^2 - 8x - 16 = 0$ D) $x^2 - 8x + 20 = 0$

E) $x^2 - 8x + 16 = 0$

9. $x^2 - 4x + k + 3 = 0$

denkleminin bir kökü $x_1 = 2 - \sqrt{2}i$ olduğuna göre, **k kaçtır?**

A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

10. a ve b reel sayılar olmak üzere,

$x^2 - ax + b = 0$

denkleminin bir kökü $x_1 = 2 - i$ olduğuna göre, **a + b kaçtır?**

A) -1 B) 1 C) 3 D) 5 E) 9

11. $x^2 + 6x + m = 0$

denkleminin karmaşık sayı kökünün olması için m nin alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

12. $x^2 - ax + 8 = 0$

denkleminin reel kökünün <u>olmaması</u> için a nın alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

A) -6 B) -5 C) 4 D) 5 E) 6

13. $i^2 = 1$ olmak üzere

$z_1 = 4 + 6i$, $z_2 = 8i$ ve $z_3 = -5$ olduğuna göre,

$\mathrm{Im}(z_1) - \mathrm{Re}(z_2) + \mathrm{Re}(z_3)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) -11 B) -3 C) -1 D) 1 E) 4

14. $\sqrt{-25} - \sqrt{-9} \cdot \sqrt{-1} - \sqrt[3]{-64}$

işleminin sonucu nedir?

A) $1 + 5i$ B) $7 + 5i$ C) $4 + 8i$

D) $4 - 8i$ E) $3 + 2i$

15. $z_1 = a + 8 - 3i$,

$z_2 = -4 + (b + 2)i$

$\mathrm{Re}(z_1) = \mathrm{Re}(z_2)$

$\mathrm{Im}(z_1) = \mathrm{Im}(z_2)$

olduğuna göre, **a • b kaçtır?**

A) -60 B) -30 C) -10 D) 30 E) 60

16. **Köklerinden biri 2, diğer ikisi $2 + i$ ve $2 - i$ kompleks sayıları olan üçüncü dereceden reel kat sayılı denklem nedir?**

A) $x^3 - 6x^2 - 13x + 10 = 0$

B) $x^3 - 4x^2 + 11x + 12 = 0$

C) $x^3 - 6x^2 + 13x - 10 = 0$

D) $x^3 + 6x^2 - 12x + 12 = 0$

E) $x^3 - 2x^2 + 10x - 6 = 0$

1-A	2-E	3-A	4-D	5-B	6-E	7-B	8-D	9-E	10-E	11-C	12-D	13-D	14-B	15-E	16-C

KARMAŞIK SAYILAR

"i" sayısının kuvvetleri

TEST 2

1. $i^{25} + i^{35} - i^{12}$

ifadesinin eşiti nedir?

A) –i B) –1 C) i D) 2 – i E) i

2. $i^{41} + i^{42} + i^{43} + i^{44} + i^{45}$

ifadesinin eşiti nedir?

A) –i B) –1 C) i D) 1 – i E) 1

3. $i^{6} + i^{7} + i^{8} + i^{9} + ... + i^{81}$

ifadesinin eşiti nedir?

A) –i B) –1 C) 0 D) 1 E) i

4. **n ∈ N olmak üzere,**

$i^{12n+3} + i^{8n+1} + i^{16n-1} + i^{4n+2}$

ifadesinin eşiti nedir?

A) 1 + i B) 1 C) i D) 1 – i E) –1 – i

5. $i^{2} + i^{4} + i^{6} + ... + i^{64}$

ifadesinin eşiti nedir?

A) –i B) –1 C) 0 D) 1 E) i

6. $i^{5} - i^{6} + i^{7} - i^{8} + ... + i^{91}$

ifadesinin eşiti nedir?

A) –i B) –1 C) 0 D) 1 E) i

7. $i^{6} \cdot i^{7} \cdot i^{8} \cdot i^{9} \cdot ... \cdot i^{39}$

ifadesinin eşiti nedir?

A) –i B) –1 C) 0 D) 1 E) i

8. $P(x) = 2x^{15} - 3x^{11} + 4x^{7} - x^{5} + x^{3} - 2x$

olduğuna göre, P(–i) değeri kaçtır?

A) 7i B) –4i C) 2 + i D) 3i E) –7i

www.guryayinlari.com

9. $z = i^{119} + i^{118} + i^{115} + i - 1$

karmaşık sayısı için, **Re(z) + Im(z) kaçtır?**

A) –3 B) –2 C) –1 D) 1 E) 2

10. **$i^2 = -1$ olmak üzere**

$$\frac{i^{1994} + i^{1995} + i^{1996}}{i^{-1900} + i^{-1901} + i^{-1902}}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –i B) –1 C) 1 D) i E) 2

11. $\frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4} - \frac{1}{i^5} + i^{-173}$

ifadesinin eşiti nedir?

A) –i B) –1 C) 1 D) i E) 1 – i

12. $3i^{14} - 5i^{-21} + 2i^{43} - 6i^{-19}$

işleminin sonucu nedir?

A) –3 – 3i B) 2 – 4i C) 3 – 2i D) –4 – 2i E) –3 + 3i

13. $i^2 = -1$ olmak üzere,

$f(x, y) = x^7 - x^3y^2 + y^5 - y^2 - 3x + 2$

olduğuna göre, **f(i, –i) nedir?**

A) 3 B) 3 – 6i C) 1 – 6i D) 3 – 4i E) 1 – 4i

14. $i^2 = -1$ olmak üzere,

$f(x) = (x + 4)^{38} - 3(-4 - x)^{23}$

olduğuna göre, **f(i – 4)'ün değeri nedir?**

A) –1 + 3i B) 1 – 3i C) 3 – 3i D) 1 + 3i E) –1 – 3i

15. $i^2 = -1$ olmak üzere,

$P(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 7$

ifadesinde P(1 + 3i) değeri nedir?

A) 6 – 81i B) 6 + 81i C) –75 D) 87 E) 5 + 81i

16. $-i^{-5} - i^{-6} - i^{-7} - ... - i^{-99} - i^{-100}$

işleminin sonucu nedir?

A) –i B) –1 C) 0 D) 1 E) i

www.guryayinlari.com

1- B 2- C 3- C 4- E 5- C 6- D 7- E 8- A 9- A 10- C 11- D 12- A 13- B 14- E 15- D 16- C

KARMAŞIK SAYILAR

Karmaşık Sayılarda Dört İşlem

TEST 3

1. $z_1 = 6 - 2i$

   $z_2 = -3 - 4i$

   karmaşık sayıları sırasıyla analitik düzlemin hangi bölgesindedir?

   A) II, IV B) IV, III C) III, IV D) IV, II E) III, II

2. $z_1 = -3i + 2$

   olduğuna göre, $-z_1$ karmaşık sayısı analitik düzlemin hangi bölgesindedir?

   A) I B) II C) III D) IV E) x ekseninde

3. **Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?**

   A) $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{8} = 4i$

   B) $\sqrt{(-6)(-6)} = 6$

   C) $\sqrt{-4} - \sqrt{-9} = -i$

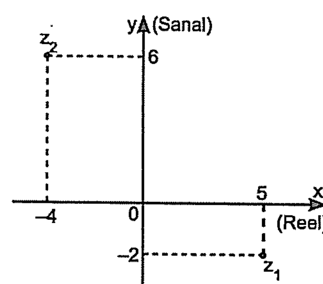
   D) $\sqrt{-5} \cdot \sqrt{-20} = 10$

   E) $\sqrt{-3} \cdot \sqrt{-5} \cdot \sqrt{-15} = -15i$

4. Yandaki karmaşık düzleme göre,

   $Re(2z_2 - 3z_1)$

   ifadesinin değeri kaçtır?



   A) −23 B) −21 C) −19 D) −17 E) −15

5. $z = 10 - 4i$

   karmaşık sayısının reel kısmı ile imajiner kısmının çarpımı kaçtır?

   A) −40i B) −40 C) −20 D) 40 E) 40i

6. $z = 2x + 5 - 3i$ sayısı veriliyor.

   $z - 3 + i$

   sayısının reel kısmı 4 olduğuna göre, **x sayısı kaçtır?**

   A) $\frac{3}{2}$ B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) −2

7. $\frac{\sqrt{-9}}{\sqrt{-36}} \cdot \sqrt{-12} \cdot \sqrt{-3} \cdot \sqrt{-4}$

   işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

   A) 3i B) 6i C) 6 D) −3i E) −6i

8. $z_1 = (4 - a) + 6i$ ve $z_2 = -5 + (7 - b + a)i$

   karmaşık sayıları birbirine eşit olduğuna göre, a • b çarpımı kaçtır?

   A) −120 B) −100 C) −90 D) 90 E) 100

9. $(1 + \sqrt{-4}) \cdot (2 - \sqrt{-25})$

   işleminin sonucu kaçtır?

   A) 3 − 4i B) 12 + i C) 1 + i D) 12 − i E) 2 + i

10. $z = 3i - \dfrac{2i - 1}{3i + \frac{1}{i}}$

    olduğuna göre, z karmaşık sayısının eşleniğinin imajiner kısmı kaçtır?

    A) $-\frac{5}{2}$ B) $-\frac{3}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{2}$

11. $z = \frac{1}{i^{81}} + \frac{1}{i^{82}} + \frac{1}{i^{83}} - 1$

    ifadesinin değeri kaçtır?

    A) −2i B) −2 C) −1 D) $\frac{1}{2}$ E) 0

12. $x^2 - 6x + 10 = 0$

    denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

    A) 2 + i B) 3 + 2i C) 1 − i D) 4 − i E) 3 + i

13. $z = i(\sqrt{-16} - 6 + 2i)$

    olduğuna göre, $\frac{Im(z)}{Re(z)}$ oranı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

    A) $-\frac{3}{2}$ B) −1 C) $-\frac{2}{3}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

14. $(\sqrt{3} - i) \cdot (\sqrt{3} + i) \cdot (\sqrt{5} - i^7) \cdot (\sqrt{5} + i^7)$

    işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

    A) −24 B) −12 C) −12i D) 12 E) 24

15. $z_1 = 6 - 2i$, $z_2 = 2 + 6i$

    olduğuna göre, $\left(\frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2}\right)^{2007}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

    A) −i B) −1 C) 0 D) 1 E) i

16. $\dfrac{i^{4n+1} + i^{8n+3} + i^{12n+2}}{i^{4n-1} + i^{8n-2} + i^{12n+1}}$

    ifadesinin değeri kaçtır?

    A) −i B) −1 C) 1 D) i E) 1 − i

1-B 2-B 3-D 4-A 5-B 6-B 7-E 8-D 9-D 10-A 11-B 12-E 13-D 14-E 15-A 16-C

KARMAŞIK SAYILAR
Karmaşık Sayılarda Dört İşlem
TEST 4

1. $z_1 = 8 - 6i$ ve $z_2 = -3 + 2i$
olduğuna göre, $z_1 - z_2$ değeri kaçtır?

A) $-5 - 4i$ B) $11 - 8i$ C) $5 - 4i$ D) $-11 + 8i$ E) $5 + 4i$

2. $z_1 = 5 - 2i$ ve $z_2 = -8 + 3i$
olduğuna göre, $2z_1 - 3z_2$ değeri kaçtır?

A) $32 - 4i$ B) $34 - 13i$ C) $30 - 11i$ D) $28 - 15i$ E) $36 - 14i$

3. $(4 - 2i) \cdot (5 + 4i)$
ifadesinin değeri kaçtır?

A) $20 + 3i$ B) $26 + 8i$ C) $30 + 6i$ D) $24 + 8i$ E) $28 + 6i$

4. $\dfrac{2 - 4i}{3 - i}$
ifadesinin değeri kaçtır?

A) $2 - i$ B) $1 + i$ C) $2 + i$ D) $1 - i$ E) $-1 + i$

5. $(1 + i)^{10} - (1 - i)^{10}$
ifadesinin değeri kaçtır?

A) 0 B) $-64i$ C) -64 D) 64 E) $64i$

6. $(1 + i)^9 \cdot (1 - i)^8 + (1 + i)^8 \cdot (1 - i)^9$
ifadesinin değeri kaçtır?

A) 2^9 B) 2^8 C) 0 D) $2^9 i$ E) -2^9

7. $z_1 = 4 - 3i$
$z_2 = -6 + 4i$
olduğuna göre, $\text{Im}(z_1 - z_2)$ kaçtır?

A) -10 B) -8 C) -7 D) -6 E) -4

8. $\dfrac{\sqrt{2} + i}{\sqrt{2} - i} + \dfrac{\sqrt{2} - i}{\sqrt{2} + i}$
işleminin sonucu nedir?

A) $\dfrac{2\sqrt{2}i}{3}$ B) $\dfrac{1 + 2\sqrt{2}i}{3}$ C) $\dfrac{2 + 2\sqrt{2}i}{3}$ D) $\dfrac{2}{3}$ E) $-\dfrac{2}{3}$

9. $\dfrac{10}{2 + \sqrt{-1}} + 2 + \sqrt{-1}$
işleminin sonucu nedir?

A) $6 - i$ B) $4 + i$ C) $6 + i$ D) $2 - i$ E) $3 + i$

10. $\dfrac{3 - i}{1 - 2i} + \dfrac{3 - i}{1 + 2i}$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{6 - i}{5}$ B) $\dfrac{6 + 2i}{5}$ C) $\dfrac{3 - i}{5}$ D) $\dfrac{2 + i}{5}$ E) $\dfrac{6 - 2i}{5}$

11. $(i^{18} - i^{13})^8$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) -16 B) 16 C) $-16i$ D) $16i$ E) 256

12. $z = 4i - 2$
sayısının çarpmaya göre tersinin eşleniğinin sanal (imajiner) kısmı kaçtır?

A) $\dfrac{1}{5}$ B) $\dfrac{1}{10}$ C) $-\dfrac{1}{5}$ D) $-\dfrac{1}{10}$ E) $-\dfrac{1}{20}$

13. $\dfrac{(1 + i)^2}{(1 - i)^3} + \dfrac{(1 - i)^2}{(1 + i)^3}$
işleminin sonucu nedir?

A) $-\dfrac{3i}{2}$ B) $-i$ C) -1 D) 1 E) $\dfrac{1}{2}$

14. $2i = \dfrac{z + 4}{3 - z}$
olduğuna göre, z karmaşık sayısı nedir?

A) $\dfrac{8 + 14i}{5}$ B) $\dfrac{6 + 12i}{5}$ C) $\dfrac{3 + 10i}{5}$ D) $\dfrac{6 + 14i}{5}$ E) $\dfrac{9 + 15i}{5}$

15. $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$
$z_1 \cdot z_2 = 16$
olduğuna göre, $(z_2)^2$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-32(1 + \sqrt{3}i)$ B) $16(1 + \sqrt{3}i)$ C) $32(1 + \sqrt{3}i)$ D) $-32(1 - \sqrt{3}i)$ E) $-16(1 + \sqrt{3}i)$

16. $(n - i)^4$
ifadesi tam sayı olduğuna göre, n nin alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

www.guryayinlari.com

1-B 2-B 3-E 4-D 5-E 6-A 7-C 8-D 9-A 10-E 11-B 12-A 13-C 14-A 15-A 16-C

KARMAŞIK SAYILAR

Karmaşık Sayıların Eşitliği ve Eşleniği

TEST 5

1. $z_1 = (5 - x) + 8i$ ve $z_2 = 7 + (3 + x + y)i$

karmaşık sayıları eşit olduğuna göre, **x • y kaçtır?**

A) –21 B) –18 C) –14 D) –12 E) –8

2. **Aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?**

I. $z_1 = 5 - 2i \Rightarrow \overline{z}_1 = 5 + 2i$

II. $z_2 = 3 \Rightarrow \overline{z}_2 = -3$

III. $z_3 = -6i \Rightarrow \overline{z}_3 = 6i$

IV. $z_4 = -4i + 2 \Rightarrow \overline{z}_4 = -2 + 4i$

V. $z_5 = -6i - 3 \Rightarrow \overline{z}_5 = -3 + 6i$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $z_1 = 3 - 8i$ ve $z_2 = -5 + 6i$

olduğuna göre, **$Re(\overline{z}_1) + Im(\overline{z}_2)$ nedir?**

A) –5 B) –3 C) –1 D) 2 E) 4

4. $z = -2 + 4i$

olduğuna göre, **$\overline{z} + Im(\overline{z})$ nedir?**

A) –6 – 4i B) 2 – 4i C) 6 + 4i D) –6 + 4i E) –2 – 4i

5. $2i^3 - 4i^2 + 6i - 8i^{12} = x - yi$

olduğuna göre, **x • y değeri kaçtır?**

A) –20 B) –16 C) –12 D) 16 E) 24

6. $z_1 = 3 + 6i$,

$z_2 = 2 - 4i$

olduğuna göre,

$\overline{z}_1 + 3xi = z_2 + y - 2i$

eşitliğini sağlayan x ve y değerlerinin toplamı kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 1 E) 2

7. $i_2 = -1$ **olmak üzere,**

$$z = \frac{1}{-3 - 4i}$$

karmaşık sayısının çarpmaya göre tersinin eşleniğinin sanal kısmı kaçtır?

A) –4 B) $-\frac{4}{5}$ C) $-\frac{1}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 4

8. a ve b reel sayıları olmak üzere,

$a(2 + i) + b(3 - 2i) = 6$

olduğuna göre, **a + b toplamı kaçtır?**

A) $\frac{17}{7}$ B) $\frac{18}{7}$ C) $\frac{19}{7}$ D) $\frac{20}{7}$ E) 3

9. $z = (3 + i) \cdot (4 - i)$

olduğuna göre, **$\overline{z}$ aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 13 – i B) 13 + i C) 10 + i D) 11 – i E) 10 – i

10. $z - 2\overline{z} = 2 - 4i$

eşitliğini sağlayan z sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) –2 + i B) –3 + 2i C) $-2 - \frac{4}{3}i$ D) $-4 + \frac{4}{3}i$ E) 2 + 3i

11. $z = 1 + i$

olduğuna göre, **$z^{-2} \cdot \overline{z}$ işleminin sonucu kaçtır?**

A) $\frac{-1 - i}{2}$ B) $\frac{1 + i}{2}$ C) $\frac{-1 - i}{4}$ D) $\frac{1 - i}{2}$ E) $\frac{1 + i}{4}$

12. $a + bi = (1 + 3i)^2 - (2 - 4i)$

olduğuna göre, **a • b çarpımı kaçtır?**

A) –120 B) –100 C) –80 D) 80 E) 100

13. $i \cdot z - 2 = i \cdot \overline{z} + \overline{z}$

olduğuna göre, **$-\overline{z}$ aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –2 B) –2 + i C) 2 – 2i D) 2 E) 2 – i

14. $2a + 6 + (a + b - 5)i = 3a + 2 + 7i$

olduğuna göre, **b kaçtır?**

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

15. $z = \frac{(1 + i)^8 + (1 + i)^7}{(1 - i)^4}$

karmaşık sayısının eşleniği aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 – 6i B) 6 + 2i C) –6 + 2i D) 4 – 2i E) –6 – 2i

16. $z = 2 + i$

olduğuna göre, **$z^{-1} \cdot \overline{z}$ çarpımının sonucu kaçtır?**

A) $\frac{3 - 4i}{5}$ B) $\frac{2 + 3i}{5}$ C) $\frac{3 - i}{5}$ D) $\frac{4 - 2i}{5}$ E) $\frac{3 + 2i}{5}$

1- C 2- C 3- B 4- A 5- D 6- D 7- E 8- B 9- A 10- C 11- A 12- B 13- D 14- C 15- E 16- A

KARMAŞIK SAYILAR
Karmaşık Sayılarda Dört İşlem
TEST 6

1. $z_1 = -6 + 2i$

$z_2 = 4 + 3i$

olduğuna göre, $3\overline{z_1} - 4\overline{z_2}$ **işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $-20+4i$ B) $-18+8i$ C) $-34+6i$ D) $20-3i$ E) $18+6i$

2. $z_1 = 2a + b + 5i$

$z_2 = 11 - (b - 2a)i$

karmaşık sayıları birbirine eşit olduğuna göre,

$\mathrm{Re}(z_1 \cdot z_2)$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 80 B) 88 C) 96 D) 116 E) 121

3. $P(x) = 6x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 3x - 12$

olduğuna göre, **P(i) aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $6i-12$ B) $6i-10$ C) $6i+2$ D) $2i-6$ E) $6i-2$

4. z bir karmaşık sayı olmak üzere;

$z^2 + z(1-i) + 2a + 4i = bi$

denkleminin köklerinden biri $1+i$ olduğuna göre, **a + b kaçtır?**

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

5. $z + 2i = zi - 4$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı nedir?

A) $-1-3i$ B) $1-2i$ C) $2-i$ D) $1+i$ E) $3-2i$

6. $z = (3-i)^4 \cdot (3+i)^5$

olduğuna göre, **Re(z) + İm(z) kaçtır?**

A) 14 B) 10^4 C) $2 \cdot 10^4$ D) $3 \cdot 10^4$ E) $4 \cdot 10^4$

7. $(x+2) + (y-2)i = 3$

olduğuna göre, $z = \dfrac{x - yi}{x + yi}$ **ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\dfrac{3-4i}{5}$ B) $\dfrac{2-3i}{3}$ C) $\dfrac{-3-4i}{3}$ D) $\dfrac{-5-4i}{5}$ E) $\dfrac{-3-4i}{5}$

8. $f(x) = x^6 + 2x^5 - x^4 - x^2 + 1$

olduğuna göre, **f(1 – i) nedir?**

A) $14i-3$ B) $18i-3$ C) $12i+3$ D) $16i+3$ E) $10i+3$

9. $(1+i)^2 + (1+i)^3 + (1+i)^4 - (1+i)^5 = x + yi$

olduğuna göre, **x + y kaçtır?**

A) –10 B) –8 C) 2 D) 4 E) 6

10. a, b ∈ R olmak üzere;

$x^2 + (a-2)x + b + 1 = 0$

denkleminin köklerinden biri $3 - 2i$ olduğuna göre,

a – b kaçtır?

A) –18 B) –16 C) –8 D) –6 E) –4

11. $(3 - i^{13})^2 \cdot (3 + i^{13})^2 \cdot (1 + i^{101})^5 \cdot (1 - i^{101})^5$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $5^2 \cdot 2^5$ B) 10^5 C) $5^2 \cdot 2^7$ D) $5^4 \cdot 2^6$ E) $5^6 \cdot 2^8$

12. $z = \dfrac{1}{i^0} + \dfrac{1}{i^1} + \dfrac{1}{i^2} + \dfrac{1}{i^3} + \ldots + \dfrac{1}{i^{85}}$

olduğuna göre, **z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) 0 B) –i C) 1 – i D) –1 + i E) –1 – i

13. $(3-i)^{-2} + (3+i)^{-2}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\dfrac{1}{5}$ B) $-\dfrac{1}{20}$ C) $\dfrac{4}{25}$ D) $\dfrac{1}{20}$ E) $\dfrac{1}{5}$

14. n pozitif tamsayı olmak üzere;

$(-\sqrt{-1})^{12n+2}$

ifadesinin eşiti nedir?

A) –1 B) –i C) 0 D) 1 E) i

www.guryayinlari.com

15. $z = \dfrac{1}{2+\sqrt{3}-i} - \dfrac{1}{2+\sqrt{3}+i}$

karmaşık sayısının imajinal kısmı nedir?

A) $\dfrac{1}{2}$ B) $\dfrac{2-\sqrt{3}}{4}$ C) $\dfrac{2-\sqrt{3}}{2}$ D) $\dfrac{2+\sqrt{3}}{4}$ E) $\dfrac{2+\sqrt{3}}{2}$

16. $f(x) = (1-x) \cdot (1 + x + x^2 + x^3 + \ldots + x^{49})$ verilyor.

f(–i) ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –2 B) –i – 1 C) i – 1 D) 2 E) 0

1-C 2-C 3-E 4-C 5-A 6-E 7-E 8-B 9-E 10-B 11-C 12-C 13-C 14-A 15-C 16-D

KARMAŞIK SAYILAR

Karmaşık Sayılarda Dört İşlem

TEST 7

1. $x, y \in R$ olmak üzere;

$$(x + yi) \cdot (3 - i) = 12 + 6i$$

eşitliğini sağlayan x ve y değerlerinin çarpımı kaçtır?

A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

2. $$\frac{x + 2yi}{3 - 4i} = -3 + 2i$$

olduğuna göre, **x + y toplamı kaçtır?**

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

3. $$z = -3\sqrt{2} + 6i$$

olduğuna göre, $\sqrt{z \cdot \bar{z}}$ **değeri kaçtır?**

A) $4\sqrt{3}$ B) $5\sqrt{2}$ C) $\sqrt{52}$ D) $3\sqrt{6}$ E) $2\sqrt{15}$

4. $$z = 5 - 2\sqrt{3}i$$

sayısının çarpma işlemine göre tersi nedir?

A) $\frac{5 + 2\sqrt{3}i}{29}$ B) $\frac{5 - 2\sqrt{3}i}{29}$ C) $\frac{5 - 2\sqrt{3}i}{37}$ D) $\frac{5 + 2\sqrt{3}i}{37}$ E) $\frac{5 + 2\sqrt{3}i}{39}$

5. $$\frac{4i}{1 + i} - 3i + z = \frac{i}{1 - i} - 2$$

olduğuna göre, **z nedir?**

A) $\frac{-9 - 3i}{2}$ B) $\frac{-9 + 2i}{2}$ C) $\frac{9 - 2i}{3}$ D) $\frac{-8 + 2i}{3}$ E) $\frac{-9 + 3i}{2}$

6. $z = 3 - 5i$ olduğuna göre,

$$\frac{z - \bar{z}}{z + \bar{z}}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{5i}{3}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $-2i$ D) $-\frac{5}{3}$ E) $\frac{5i}{3}$

7. $$(2 - i^5 + i^4 - i^3)\,(3i + i^9 - i^3 + 1)$$

işleminin sonucu nedir?

A) $3 - 15i$ B) $2 - 10i$ C) $1 - 5i$ D) $3 + 15i$ E) $-3 - 15i$

8. $$(6 - 2i) \cdot (8 + 2i) \cdot (6 + 2i) \cdot (8 - 2i)$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 2440 B) 2620 C) 2680 D) 2700 E) 2720

9. $i^2 = -1$ olduğuna göre,

$$z = \frac{1 - \sqrt{2}i}{1 + \sqrt{2}i}$$

olduğuna göre, **$z \cdot \bar{z}$ kaçtır?**

A) $-i$ B) -1 C) 1 D) i E) 2

10. $i^2 = -1$ olduğuna göre,

$$z = (\sqrt{3} - i)^7 \cdot (\sqrt{3} + i)^9$$

olduğuna göre, **Im(z) kaçtır?**

A) $2\sqrt{3}$ B) $-2^{15}\sqrt{3}$ C) 2^{14} D) $2^{14}\sqrt{3}$ E) $2^{15}\sqrt{3}$

11. $i^2 = -1$ olduğuna göre,

$$(1 - i^9) - (1 + i^{11}) \cdot (1 - i^{40})$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 0 B) 1 C) i D) $1 + i$ E) $1 - i$

12. $i^2 = -1$ olduğuna göre,

$$z = \frac{(\sqrt{3} - i)^2}{4i^7}$$

karmaşık sayısının reel kısmı kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

13. $i^2 = -1$ olduğuna göre,

$$\frac{\sqrt{5} + i}{\sqrt{5} - i} + \frac{\sqrt{5} - i}{\sqrt{5} + i}$$

işleminin sonucu nedir?

A) $\frac{1 - \sqrt{5}i}{2}$ B) $-\frac{4}{3}$ C) $\frac{4\sqrt{3}i}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{4i}{3}$

14. $$z = \left(\frac{1 - i}{1 + i}\right)^6 + \left(\frac{1 + i}{1 - i}\right)^5$$

karmaşık sayısının sanal kısmı kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

www.guryayinlari.com

15. z bir karmaşık sayı olmak üzere

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{2 + i} - \frac{1}{2 - i}$$

olduğuna göre, **z karmaşık sayısının sanal kısmı kaçtır?**

A) -3 B) $-\frac{5}{2}$ C) -2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

16. $i^2 = -1$ olduğuna göre,

$$\frac{i - 2}{i + 1} - \frac{i + 2}{i - 1}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $-3i$ B) $-2i$ C) $3i$ D) $2i$ E) $6i$

1-C 2-B 3-D 4-D 5-E 6-A 7-D 8-E 9-C 10-E 11-E 12-E 13-D 14-D 15-D 16-C

KARMAŞIK SAYILAR

Karmaşık düzlem

TEST 8

1. $z_1 = 4 - 2i$

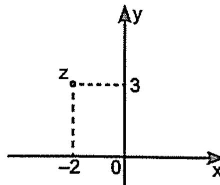
$z_2 = -3 - 5i$

karmaşık sayıları sırasıyla analitik düzlemin hangi bölgesindedir?

A) II, IV B) II, III C) IV, III

D) III, IV E) IV, II

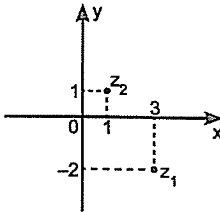
2. Analitik düzlemde gösterilen z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?



A) 3 − 2i B) 2 − 3i C) −2 + 3i

D) −3 + 2i E) −2 − 3i

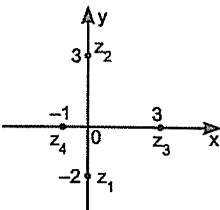
3. Analitik düzlemde gösterilen z_1 ve z_2 karmaşık sayıları için $z_1 + \overline{z_2}$ nedir?



A) 2 + 3i B) 1 + 2i C) 4 − 2i

D) 3 − 4i E) 4 − 3i

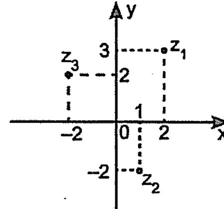
4. Analitik düzlemde gösterilen z_1, z_2, z_3 ve z_4 karmaşık sayıları için $z_1 + z_3 - z_2 - z_4$ nedir?



A) 4 − 5i B) 3 − 2i C) −2 + 3i

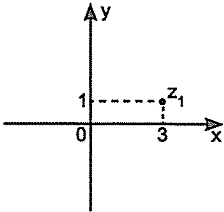
D) 4 − 3i E) 3 − 5i

5. Analitik düzlemde gösterilen z_1, z_2 ve z_3 karmaşık sayıları için $\text{Im}(z_1) + \text{Im}(z_3) - \text{Re}(z_2)$ nedir?



A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

6. Analitik düzlemde z_1 karmaşık sayısı veriliyor. z_1, $\overline{z_1}$ ve $-z_1$ karmaşık sayılarının analitik düzlemdeki görüntülerinin birleşmesiyle oluşan üçgenin alanı kaç br^2 dir?



A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

7. $z_1 = -2 + 4i$

olduğuna göre, **z_1, $\overline{z_1}$ ve $-\overline{z_1}$ karmaşık sayılarının analitik düzlemdeki görüntülerinin birleşmesiyle oluşan üçgenin alanı kaç br^2 dir?**

A) 12 B) 16 C) 18 D) 24 E) 32

8. $z_1 = 4 + 2i$

$z_2 = 2 - i$

olduğuna göre, **z_1, z_2, $\overline{z_1}$ ve $\overline{z_2}$ karmaşık sayılarının analitik düzlemdeki görüntülerinin birleşmesiyle oluşan dörtgenin alanı kaç br^2 dir?**

A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

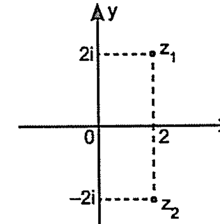
9. $z_1 = 5 + i$

$z_2 = 3 - 2i$

olduğuna göre, **z_1, z_2, $\overline{z_1}$ ve $\overline{z_2}$ karmaşık sayılarının analitik düzlemdeki görüntülerinin birleşmesiyle oluşan dörtgenin alanı kaç br^2 dir?**

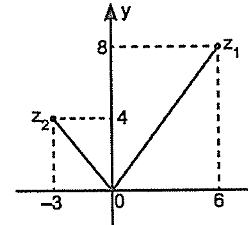
A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

10. Yandaki şekilde verilenlere göre, $\frac{z_1}{z_2}$ oranı kaçtır?



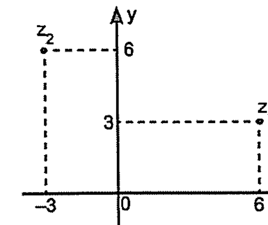
A) −1 B) −i C) 1 D) i E) 2i

11. Yandaki grafikte gösterilen z_1 ve z_2 kompleks sayılarının $z_1 \cdot z_2$ çarpımının sonucu kaçtır?



A) −50 B) −40 C) −36 D) 40 E) 50

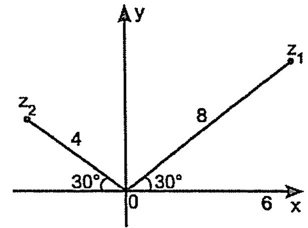
12. Yandaki şekilde verilenlere göre, $\frac{z_2}{z_1}$ oranı kaçtır?



A) 2(1 + i) B) 3(1 − i) C) 1

D) −i E) i

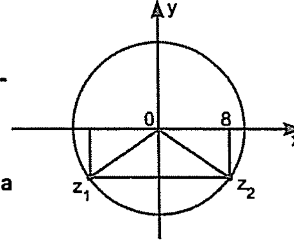
13. Yandaki şekilde verilenlere göre, $\frac{z_1}{z_2}$ oranı kaçtır?



A) $-1 - i\sqrt{3}$ B) $1 + i\sqrt{3}$ C) $-1 + i\sqrt{3}$

D) $1 - i\sqrt{3}$ E) $-\sqrt{3} - i$

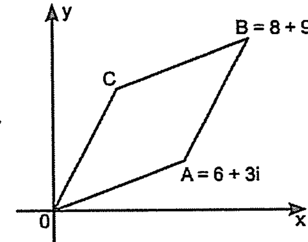
14. Yarıçapı 10 br olan merkezil çember üzerindeki z_1 ve z_2 noktaları y eksenine göre simetriktir. z_1 ve z_2 noktalarına karşı gelen karmaşık sayıların çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?



A) −100i B) −100 C) −50i D) 100 E) 100i

www.guryayinlari.com

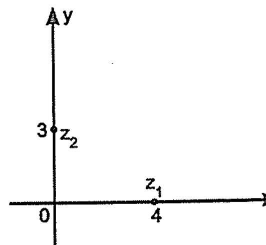
15. Yandaki şekilde A = 6 + 3i B = 8 + 9i OABC paralelkenar olduğuna göre, C noktası nedir?



A) 1 + 5i B) 2 + 5i C) 2 + 6i

D) 3 + 6i E) 4 + 7i

16. Şekilde verilenlere göre, **$z_1 + z_2 + \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?**



A) 4 + 6i B) 6 − 3i C) 4 + 10i

D) 6 − 9i E) 4 − 9i

1-C 2-C 3-E 4-A 5-B 6-B 7-B 8-D 9-C 10-D 11-A 12-E 13-A 14-B 15-C 16-E

KARMAŞIK SAYILAR

Bir Karmaşık Sayının Mutlak Değeri (Modülü)

TEST 9

1. **Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?**

A) $z=8-6i$ ise $|z|=10$

B) $z=6i$ ise $|z|=6$

C) $z=\sqrt{9}+\sqrt{7}i$ ise $|z|=4$

D) $z=\sqrt{6}+\sqrt{3}i$ ise $|z|=9$

E) $z=-4$ ise $|z|=4$

2. $z=3+i$

olduğuna göre, $\left(\dfrac{z+\bar{z}}{z-\bar{z}}\right)^4$ **ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) 3^4 B) -3^4 C) 3^4i D) -3^4i E) $-i$

3. $z_1=2+3i$ ve $z_2=4-2i$

olduğuna göre, $\left|\dfrac{z_1+z_2+7i}{z_2-z_1-2}\right|$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

4. C, karmaşık sayılar kümesini göstermek üzere;

$f: C \to C$, $f(z)=|z-2+i|$

$g: C \to C$, $g(z)=z+3-i$

$h: C \to C$, $h(z)=z\cdot\bar{z}$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, **(hogof)(3+i) ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $12+4\sqrt{5}$ B) $15+6\sqrt{5}$ C) 20 D) 25 E) $18+9\sqrt{5}$

5. $z=(8-15i)\cdot(\sqrt{3}-i)$

olduğuna göre, $|z^{-1}|$ **kaçtır?**

A) $\frac{1}{34}$ B) $\frac{1}{32}$ C) $\frac{1}{2\sqrt{30}}$ D) $\frac{1}{3\sqrt{5}}$ E) $\frac{1}{\sqrt{34}}$

6. $|z|=(2+6i)+z$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $8+6i$ B) $-8+6i$ C) $8-6i$ D) $6-6i$ E) $3-6i$

7. $2i+4=\bar{z}-|z|$

olduğuna göre, **z sayısının reel ve sanal değerlerinin çarpımı kaçtır?**

A) 3 B) 2 C) −1 D) −2 E) −3

8. $z=\dfrac{5-12i}{\sqrt{2}+2\sqrt{3}i}$

olduğuna göre, $\dfrac{|z|^2}{13}$ **aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\frac{1}{14}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{13}{7}$ E) $\frac{13}{14}$

9. $\left|\dfrac{(5-2i)(-5+12i)}{(2i)(-2-5i)}\right|^2$

ifadesinin eşiti kaçtır?

A) 5 B) $\frac{13}{2}$ C) 10 D) 25 E) $\frac{169}{4}$

10. $f(z)=2|\bar{z}-1|+z-5$

olduğuna göre, **Re(f(4i−2)) ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

11. $z=(\sqrt{3}+i)^2\cdot(1-i)^4$

olduğuna göre, $\left|\dfrac{1}{z}\right|$ **nin değeri kaçtır?**

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{16}$ E) $\frac{1}{40}$

12. z karmaşık sayı olduğuna göre, $z=\dfrac{4}{\bar{z}}$ **için |z| ifadesinin değeri nedir?**

A) z B) $\bar{z}$ C) 1 D) 2 E) 4

13. $z=\left(\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{3}i}{1-i}\right)^{20}$

olduğuna göre, **|z| nedir?**

A) 2^{10} B) 3^5 C) 2^{12} D) 3^{10} E) 3^{20}

14. $z=\dfrac{2\sqrt{5}+x\sqrt{2}i}{4+\sqrt{7}i}$

ifadesinin modülü 2 olduğuna göre, **x in pozitif değeri kaçtır?**

A) 9 B) 8 C) 6 D) 4 E) 3

15. $z=\dfrac{-2+(a-3)i}{-(a-3)i+2}$

olduğuna göre, **|z| nedir?**

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) 1 E) 4

16. $z=\dfrac{a-2+3i}{a+2+2i}$

eşitliğinde $|z|=1$ olduğuna göre, **a kaçtır?**

A) $-\frac{3}{4}$ B) $-\frac{5}{8}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{3}{4}$

1-D 2-A 3-D 4-B 5-A 6-C 7-E 8-E 9-E 10-B 11-D 12-D 13-D 14-C 15-D 16-D

KARMAŞIK SAYILAR

Bir Karmaşık Sayının Mutlak Değeri (Modülü)

TEST 10

1. $z = (2 + 3\sqrt{2}i)\,(2 + i)$

sayısının mutlak değeri kaçtır?

A) $3\sqrt{10}$ B) 10 C) $\sqrt{110}$ D) $2\sqrt{30}$ E) 12

2. $z = \dfrac{(2+3i)\cdot(1+5i)}{(5-i)\cdot(\sqrt{10}+\sqrt{3}i)}$

sayısının mutlak değeri kaçtır?

A) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\dfrac{1}{2}$ C) 1 D) $\sqrt{2}$ E) 2

3. $z = \dfrac{25}{\overline{z}}$

olduğuna göre, **$|z^2| - 2|z| + |\overline{z}| + 4$ ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 15 B) 18 C) 20 D) 24 E) 26

4. $z = \dfrac{(4-2i)^2\cdot(\sqrt{3}-\sqrt{2}i)^4}{(1+i)^6}$

sayısının orijine olan uzaklığı kaç br dir?

A) 125 B) 100 C) 75 D) $\dfrac{125}{2}$ E) $\dfrac{25}{2}$

5. $z = x + yi$ karmaşık sayısı için

$z - 4 - 6i = |-z|$

eşitliğini gerçekleyen z karmaşık sayısı nedir?

A) $-\dfrac{5}{2} + 3i$ B) $-\dfrac{3}{2} + 6i$ C) $\dfrac{5}{2} + 6i$

D) $-\dfrac{5}{2} + 6i$ E) $\dfrac{5}{2} + 3i$

6. $|z + 1| + zi = 12 - 6i$

olduğuna göre, **z karmaşık sayısının sanal kısmı nedir?**

A) $-\dfrac{121}{24}$ B) -5 C) $-\dfrac{119}{24}$ D) $-\dfrac{59}{12}$ E) $-\dfrac{39}{8}$

7. $z = x + 2yi$ olmak üzere,

$|z|\cdot|\overline{z}| + 4xy = 25$

olduğuna göre, **x + 2y nin pozitif değeri kaçtır?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 8 E) 10

8. $z = x + yi$ olmak üzere,

$|z + 6| = \sqrt{z\cdot\overline{z}}$

olduğuna göre, **Re(z) değeri kaçtır?**

A) -4 B) -3 C) -2 D) 2 E) 3

9. $z = \dfrac{(4+2i)\cdot(6-8i)^2}{(3+4i)\cdot(2-4i)}$

olduğuna göre, **$|z| + |\overline{z}| + |-z| + |-\overline{z}|$ ifadesinin sonucu kaçtır?**

A) 20 B) 36 C) 40 D) 72 E) 80

10. $\left|\dfrac{x+iy}{y-ix}\right|^{40}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) $x^2 + y^2$ C) $(x^2 + y^2)^{20}$

D) 2^{20} E) 2^{40}

11. $z = 1 + i\cdot\tan\alpha$

olduğuna göre, **$|z|^2$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\sec^2\alpha$ B) $\tan\alpha$ C) $\sec\alpha$

D) $\operatorname{cosec}\alpha$ E) $\operatorname{cosec}^2\alpha$

12. $z = \dfrac{x+iy}{\sqrt{3}-\sqrt{6}i}$ ve $|z| = 2$

olduğuna göre, **x ile y arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x^2 + y^2 = 6$ B) $x^2 + y^2 = 36$ C) $x^2 + y^2 = 9$

D) $x^2 + y^2 = 16$ E) $x^2 + y^2 = 64$

13. z karmaşık sayı ve $i = \sqrt{-1}$ dir.

$4|i\cdot z| - |\overline{z}| + |-\overline{i\cdot z}| = z\cdot\overline{z}$

olduğuna göre, **|z| kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

14.

Yukarıdaki karmaşık düzlemde grafikleri verilen z_1 ve z_2 sayıları arasında $\left|\dfrac{z_2}{z_1}\right| = 2$ bağıntısı olduğuna göre, **a kaçtır?**

A) $-4\sqrt{5}$ B) $-6\sqrt{2}$ C) -8

D) $-2\sqrt{15}$ E) $-2\sqrt{13}$

15. $i^2 = -1$ ve $a \in R^+$ olmak üzere,

$z = a + i$

$|z + iz| = 2\sqrt{13}$

olduğuna göre, **a kaçtır?**

A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

16. $z = (4 - 3i)\,(3 + \sqrt{a}i)$ karmaşık sayısı veriliyor.

$|z| = 25$

olduğuna göre, **a kaçtır?**

A) 20 B) 18 C) 16 D) 12 E) 14

1-C	2-C	3-D	4-D	5-D	6-C	7-C	8-B	9-E	10-A	11-A	12-B	13-C	14-E	15-C	16-C

KARMAŞIK SAYILAR

İki Karmaşık Sayı Arasındaki Uzaklık, Karmaşık Sayının Görüntüsü

TEST 11

1. $z_1 = 5 - 7i$ ve $z_2 = 4 + 2i$
karmaşık sayıları arasındaki uzaklık kaç br dir?
A) $6\sqrt{2}$ B) $5\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{5}$ D) $\sqrt{82}$ E) $\sqrt{85}$

2. $z_1 = -1 + 2i$ ve $z_2 = 5 + xi$
karmaşık sayıları arasındaki uzaklık 10 br ise x sayısının negatif değeri kaçtır?
A) –10 B) –8 C) –6 D) –5 E) –4

3. $z_1 = 4 + 17i$ ve $z_2 = x + 5i$
karmaşık sayıları arasındaki uzaklık 13 br ise x sayısının pozitif değeri kaçtır?
A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

4. $z_1 = 3 - 4xi$ ve $z_2 = y + 2i$ olmak üzere,
$|z_1 - z_2| = 4$
ise x ile y arasındaki bağıntı nedir?
A) $(y + 3)^2 + (4x - 2)^2 = 16$
B) $(y - 3)^2 + (4x + 2)^2 = 16$
C) $(y - 3)^2 + (4x - 2)^2 = 16$
D) $(y - 3)^2 + (4x + 2)^2 = 4$
E) $(y + 3)^2 + (4x - 2)^2 = 4$

5. Karmaşık düzlemde köşeleri,
$A = 2 + i,\ B = 3 - i,\ C = 4 - 3i$
noktaları olan ABC üçgeninin çevresi kaç br dir?
A) $\sqrt{17} + 2\sqrt{5}$ B) $3 + \sqrt{10}$ C) $\sqrt{15} + 2\sqrt{5}$
D) $6\sqrt{5}$ E) $4\sqrt{5}$

6. $z_1 = 2\sqrt{5} - 3i$
$z_2 = 3\sqrt{5} - 4i$
karmaşık sayılarının görüntüleri arasındaki uzaklık kaç br dir?
A) 2 B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{6}$ D) $\sqrt{7}$ E) $2\sqrt{2}$

7. Karmaşık düzlemde A ve B noktalarının belirttiği sayılar sırasıyla,
$-5 + 2i$ ve $5 + 5i$
olduğuna göre, A nın B ye göre simetriği olan noktanın orijine olan uzaklığı kaç br dir?
A) $10\sqrt{2}$ B) 15 C) $4\sqrt{15}$ D) 17 E) 20

8. Karmaşık düzlemde
$A = 4 + 8i,\ B = -4 - i,\ C = 6 + 5i$
noktaları veriliyor. A'nın [BC]' nin ortasına olan uzaklığı kaç br dir?
A) 6 B) $2\sqrt{10}$ C) $\sqrt{42}$ D) $3\sqrt{5}$ E) $5\sqrt{2}$

9. Karmaşık düzlemde köşeleri
$A = 2 - i,\ B = 6 + 2i,\ C = 4 + 5i$
noktaları olan ABC üçgenin ağırlık merkezinin koordinatları toplamı kaçtır?
A) –2 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

10. Köklerinden birisi $-2 + 5i$ olan reel katsayılı ikinci dereceden denklemin kökleri arasındaki uzaklık kaç br dir?
A) 9 B) $3\sqrt{10}$ C) $4\sqrt{6}$ D) 10 E) 12

11. $|z| \leq 3$
olduğuna göre, $|z + 6 - 8i|$ ifadesinin en büyük değeri kaçtır?
A) 16 B) 14 C) 13 D) 10 E) 7

12. $|z| = 3$
olduğuna göre, $|z - 5 - 12i|$ ifadesinin alabileceği en büyük değer ile en küçük değerin toplamı kaçtır?
A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

13. $|z - (7 - 24i)| = 13$
koşulunu sağlayan z karmaşık sayıları için |z| nin alabileceği en büyük değer kaçtır?
A) 32 B) 34 C) 36 D) 38 E) 40

14. $i^2 = -1$ olmak üzere;
$z = -4 + 6i$
karmaşık sayısının modülü kaç br dir?
A) 7 B) $5\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{13}$ D) $3\sqrt{6}$ E) $2\sqrt{15}$

15. $i^2 = -1$ olmak üzere,
$z = -6 - 2i$
karmaşık sayısının reel eksene göre simetriğinin orijine olan uzaklığı kaç br dir?
A) 4 B) $2\sqrt{6}$ C) $\sqrt{30}$ D) 6 E) $2\sqrt{10}$

16. Bir köşegeninin uç noktaları
$z_1 = -4 + 6i$ ve $z_2 = k - 2i$
olan karenin çevresi $20\sqrt{2}$ br olduğuna göre, k nın pozitif değeri kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

www.guryayinlari.com

1- D 2- C 3- A 4- B 5- E 6- C 7- D 8- D 9- E 10- D 11- C 12- D 13- D 14- C 15- E 16- A

KARMAŞIK SAYILAR

Geometrik Yer

TEST 12

1. $\left|\dfrac{z-1}{z+2i}\right| = 1$

ifadesinin geometrik yer denklemi nedir?

A) $4y + 2x + 1 = 0$
B) $4y + 2x + 3 = 0$
C) $2y + x - 3 = 0$
D) $2x + y + 1 = 0$
E) $4y - x - 3 = 0$

2. $z = x + yi$ olmak üzere;

$|z + 2| = |z - i|$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yer denkleminin eksenlerle oluşturduğu üçgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{9}{16}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{7}{16}$ D) $\frac{5}{16}$ E) $\frac{9}{8}$

3. $z = x + yi$ olmak üzere;

$z_1 = 6i$ ve $z_2 = 2$

noktalarına eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yerinin denklemi nedir?

A) $3x - y - 6 = 0$
B) $3y - x + 4 = 0$
C) $3y + x - 8 = 0$
D) $2y - x - 4 = 0$
E) $3y - x - 8 = 0$

4. $z = x + yi$ olmak üzere;

$z + \bar{z} + z \cdot \bar{z} = 0$

eşitliğini gerçekleyen z karmaşık sayılarının geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 + y^2 + x = 0$
B) $x^2 + y^2 - 2x = 0$
C) $x^2 + y^2 - 4x = 0$
D) $x^2 + y^2 + 2x = 0$
E) $x^2 + y^2 = 0$

5. $\{z \in C$ ve $|z - (3 - 2i)| = 4\}$

kümesi kompleks düzlemde aşağıdakilerden hangisini belirtir?

A) Merkezi (3, 2), yarıçapı 4 br olan çember
B) Merkezi (3, –2), yarıçapı 2 br olan çember
C) Merkezi (–3, 2), yarıçapı 2 br olan çember
D) Merkezi (–3, 2), yarıçapı 4 br olan çember
E) Merkezi (3, –2), yarıçapı 4 br olan çember

6. $\{z \in C$ ve $|z + 4 - i| = 3\}$

kümesi kompleks düzlemde aşağıdakilerden hangisini belirtir?

A) Merkezi (4, 1), yarıçapı 3 br olan çember
B) Merkezi (4, –1), yarıçapı 9 br olan çember
C) Merkezi (–4, 1), yarıçapı 3 br olan çember
D) Merkezi (4, –1), yarıçapı 3 br olan çember
E) Merkezi (–4, 1), yarıçapı 9 br olan çember

7. a, b ∈ R olmak üzere;

$\{z : |z + a + 1 - bi| = -a - b, \ z \in C\}$

kümesi karmaşık düzlemde M(3, –5) merkezli çember belirttiğine göre, **çemberin yarıçapı kaç br dir?**

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

8. $A = \{x : 4 \le z \cdot \bar{z} \le 9, \ z \in C\}$

koşuluna uyan z karmaşık sayılarının oluşturduğu geometrik yerin alanı kaç br^2 dir?

A) 65 B) 56 C) 48 D) 13 E) 5

9. $|z - 3| = 5$

eşitliğinin karmaşık düzlemdeki geometrik yeri nedir?

A) $(x + 3)^2 + y^2 = 25$
B) $(x - 3)^2 + y^2 = 25$
C) $(x - 3)^2 + y^2 = 5$
D) $x^2 + (y - 3)^2 = 25$
E) $x^2 + (y + 3)^2 = 25$

10. $z = x + iy$ olmak üzere;

$|z - 4i| = |z - 3|$

eşitsizliğinin belirttiği doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $6x + 8y - 7 = 0$
B) $6x + 5y - 3 = 0$
C) $4x - 3y + 4 = 0$
D) $3x - 2y + 5 = 0$
E) $6x - 8y + 7 = 0$

11. $|z + 2| \ge |z + 1 + i|$

eşitsizliğinin karmaşık düzlemdeki geometrik yeri nedir?

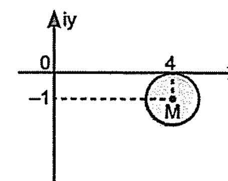
A) $x - y + 1 \ge 0$
B) $x + y - 1 \ge 0$
C) $x - y + 1 \le 0$
D) $x - y + 2 \ge 0$
E) $y - x \ge 0$

12. $|z + 3 - 2i| < 5$

eşitsizliğinin karmaşık düzlemdeki geometrik yeri nedir?

A) $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 < 5$
B) $(x + 3)^2 + (y + 2)^2 < 25$
C) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 < 25$
D) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 < 25$
E) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 < 5$

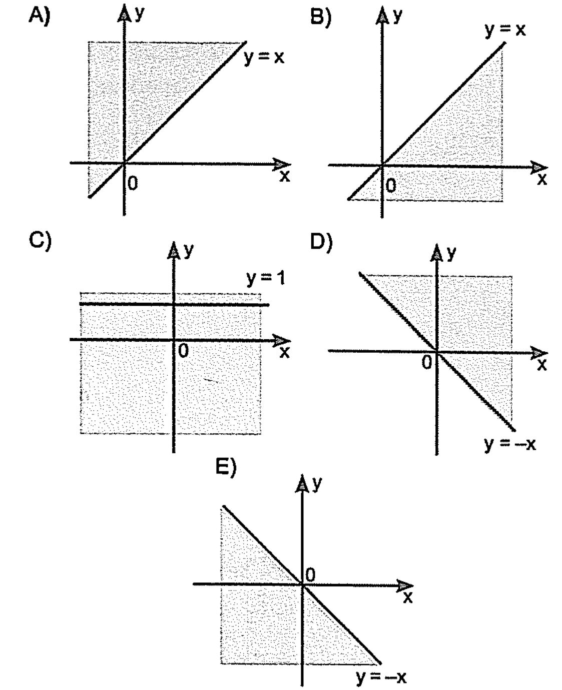
13. Şekildeki taralı bölge aşağıdaki eşitsizliklerden hangisinin çözüm kümesidir?



A) $|z - 4 - i| \le 1$
B) $|z - 4 + i| \le 1$
C) $|z + 4 - i| \le 1$
D) $|z + 4 + i| \le 1$
E) $|4 - z + i| \le 2$

14. $|z - 1| \ge |z + i|$

eşitsizliğini sağlayan z = x + yi karmaşık sayılarının belirttiği bölge aşağıdakilerden hangisidir?



15. $|z| = |z + i|$

denklemini sağlayan z karmaşık sayılarının karmaşık düzlemdeki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?

A) Parabol B) Hiperbol C) Doğru
D) Çember E) Doğru Parçası

16. $z = x + yi$ ve $|z| = |z - 3|$

olduğuna göre, z nin karmaşık düzlemdeki geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) Gerçel eksene dik bir doğru
B) Sanal eksene dik bir doğru
C) 3 birim çaplı bir çember
D) Bir elips
E) Bir parabol

1-B 2-A 3-E 4-D 5-E 6-C 7-D 8-E 9-B 10-E 11-A 12-C 13-B 14-E 15-C 16-A

KARMAŞIK SAYILAR
Geometrik Yer
TEST 13

1. $z_1 = x + yi$ sayısının sanal eksene göre simetriği, $z_2 = -4 + 6i$ sayısının $y = -x$ doğrusuna göre simetriğine eşit olduğuna göre, **$x + y$ değeri kaçtır?**

A) 10 B) 6 C) 2 D) −2 E) −10

2. $\left|\frac{z-2}{z+3i}\right| = 1$

ifadesinin geometrik yer denklemi nedir?

A) $x + y - 5 = 0$
B) $6y - 4x - 5 = 0$
C) $4x - 6y - 5 = 0$
D) $4x + 6y + 5 = 0$
E) $2x + 3y + 1 = 0$

3. $\{z \mid z \in C$ ve $|z - (2+i)| = 5|\}$

kümesi kompleks düzlemde aşağıdakilerden hangisini belirtir?

A) Merkezi (1, 2), yarıçapı 5 br olan çember
B) Merkezi (−1, 2), yarıçapı 5 br olan çember
C) Merkezi (2, 1), yarıçapı 25 br olan çember
D) Merkezi (2, 1), yarıçapı 5 br olan çember
E) Merkezi (−2, −1), yarıçapı 5 br olan çember

4. $z_1 = 6 + 2i$ ve $z_2 = k - 2i$

noktaları arasındaki uzaklığın 5 br olması için, k nın alabileceği değerlerin kümesi nedir?

A) {3} B) {9} C) {3, −3} D) {3, 9} E) {9, 10}

5. $A = \{z : 2 \le z \cdot \bar{z} \le 4,\ z \in C\}$

koşuluna uyan z karmaşık sayılarının oluşturduğu geometrik yerin alanı kaç π br^2 dir?

A) 14 B) 12 C) 8 D) 4 E) 2

6. $z = x + yi$ olmak üzere;

$|z + 3| = |z + i|$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yerinin eksenlerle oluşturduğu üçgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{8}{3}$ B) 2 C) $\frac{25}{24}$ D) 1 E) $\frac{4}{5}$

7. $\{z : |z + 1| = |z + i|,\ z \in C\}$

kümesine karmaşık düzlemde karşılık gelen noktalar kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) II. açıortay
B) I. açıortay
C) x eksenine dik olan doğru
D) y eksenine dik olan doğru
E) Merkezi orijin ve yarıçapı 1 br olan çember denklemi

8. a, b ∈ R olmak üzere;

$\{z : |z - a + 2 - bi| = a - b,\ z \in C\}$

kümesi karmaşık düzlemde M(4, −3) merkezli çember belirttiğine göre, **çemberin yarıçapı kaç br dir?**

A) 9 B) 8 C) 6 D) 3 E) 2

9. $|z| \le 4$

olduğuna göre, **$|z - 6i + 8|$ ifadesinin en büyük değeri kaçtır?**

A) 6 B) 8 C) 12 D) 14 E) 16

10. $|z - 5 + 12i| \le 7$

eşitsizliğini sağlayan z karmaşık sayılarından, orijine en uzak olanın, orijine uzaklığı kaç br dir?

A) 21 B) 20 C) 18 D) 15 E) 13

11. $z = x + yi$ olmak üzere;

$z_1 = 4i$ ve $z_2 = 3$

noktalarına eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yerinin denklemi nedir?

A) $6x - 8y = -7$
B) $3x - 4y = 3$
C) $2x - 3y = 6$
D) $6x - 8y = 3$
E) $3x - 4y = -5$

12. $|z - 2 + i| \le 1$

olduğuna göre, **$|z + 4 + 3i|$ ifadesinin alabileceği minimum değer kaçtır?**

A) 7 B) $2\sqrt{10} - 1$ C) $2\sqrt{10} + 1$ D) $3\sqrt{5} + 1$ E) $3\sqrt{5} - 1$

13. z bir karmaşık sayı olmak üzere;

$\left|\frac{z-3}{z+2}\right| = \sqrt{2}$

eşitliği bir çember denklemi gösterdiğine göre, **çemberin merkezinin apsisi kaçtır?**

A) 7 B) $\frac{7}{2}$ C) $-\frac{7}{2}$ D) −7 E) −8

14. $z = x + yi$ olmak üzere;

$z \cdot \bar{z} - z - \bar{z} = 1$

eşitliğini gerçekleyen z lerin geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 + y^2 - 1 = 0$
B) $x^2 + y^2 - 2x - 1 = 0$
C) $x^2 + y^2 - 2y - 4 = 0$
D) $x - y = 1$
E) $x^2 + y^2 - x - y = 0$

www.guryayinlari.com

15. $\left|\frac{z+1+i}{z-1-i}\right| \le 1$

koşuluna uyan z karmaşık sayılarının geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x + y + 2 \le 0$
B) $x + y - 2 \le 0$
C) $x + y - 1 \le 0$
D) $x + y \le 0$
E) $x - y \le 0$

16. $z = x + yi$ olmak üzere;

$|z - 4 + 2i| = 4$ ve $|z + 1 + 14i| = 5$

çemberlerinin arasındaki en kısa uzaklık kaç br dir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

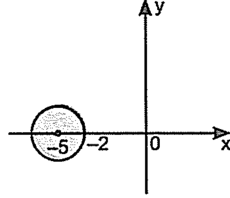
1- A 2- D 3- D 4- D 5- E 6- A 7- B 8- A 9- D 10-B 11-A 12-B 13-D 14-B 15-D 16-B

KARMAŞIK SAYILAR

Geometrik Yer

TEST 14

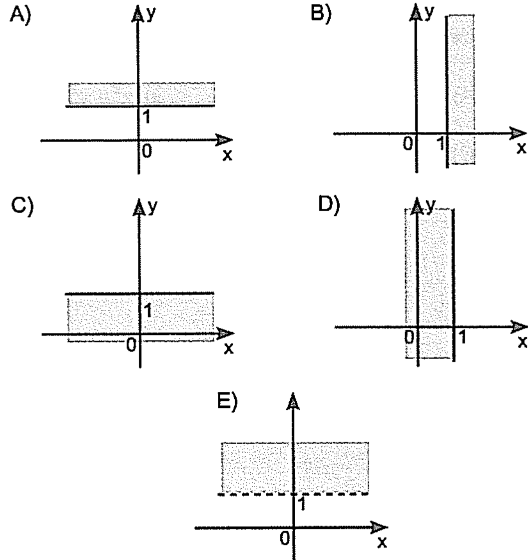
1. **Şekildeki bölge aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?**



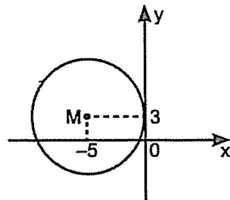
A) $|z-5i|\geq 3$ B) $|z+5i|\leq 3$ C) $|z+2|\leq 3$

D) $|z-5|\leq 3$ E) $|z+5|\leq 3$

2. **$Re(z)\geq 1$ bölgesinin karmaşık düzlemde gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?**



3. **Yandaki noktalar kümesi ile gösterilen grafiğin karmaşık sayılarda tanımlanmış şekli aşağıdakilerden hangisidir?**



A) $\{z:|z-5+3i|=25,\ z\in C\}$

B) $\{z:|z+5-3i|=5,\ z\in C\}$

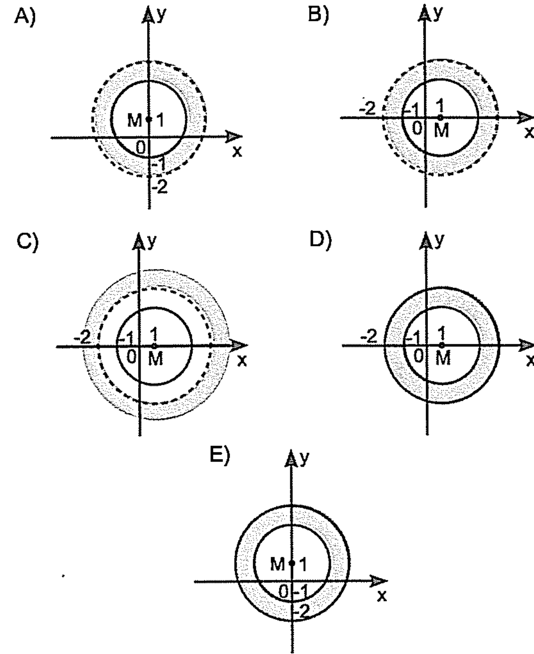
C) $\{z:|z+5-3i|=25,\ z\in C\}$

D) $\{z:|z-5-3i|=5,\ z\in C\}$

E) $\{z:|z-5+3i|=5,\ z\in C\}$

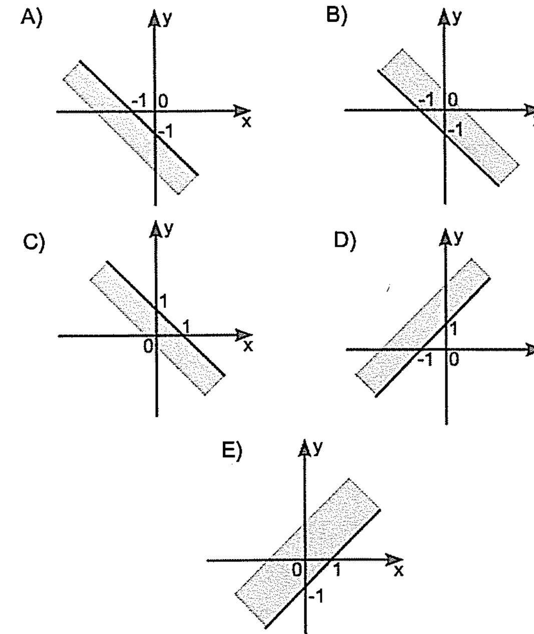
4. $\{z:2\leq|z-1|<3,\ z\in C\}$

kümesinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü nedir?

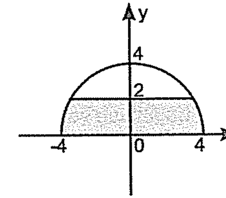


5. $\{z:|z+3+3i|\geq|z-2-2i|,\ z\in C\}$

kümesinin görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?



6. **Şekildeki taralı bölgeyi ifade eden karmaşık sayıların kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**



A) $\{z:|z|\leq 4$ ve $Re(z)\geq 0,\ z\in C\}$

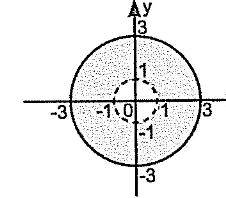
B) $\{z:|z|\leq 4$ ve $0\leq Re(z)\leq 2,\ z\in C\}$

C) $\{z:z\cdot\bar{z}\leq 4$ ve $0\leq Im(z)\leq 2,\ z\in C\}$

D) $\{z:|z|\leq 4$ ve $0\leq Im(z)\leq 2,\ z\in C\}$

E) $\{z:|z|\leq 4$ ve $0\leq Re(z),\ Im(z)\geq 0,\ z\in C\}$

7. **Şekildeki karmaşık düzlem ile gösterilen küme aşağıdakilerden hangisidir?**



A) $\{z:1<|z|<3,\ z\in C\}$

B) $\{z:1\leq|z|\leq 3,\ z\in C\}$

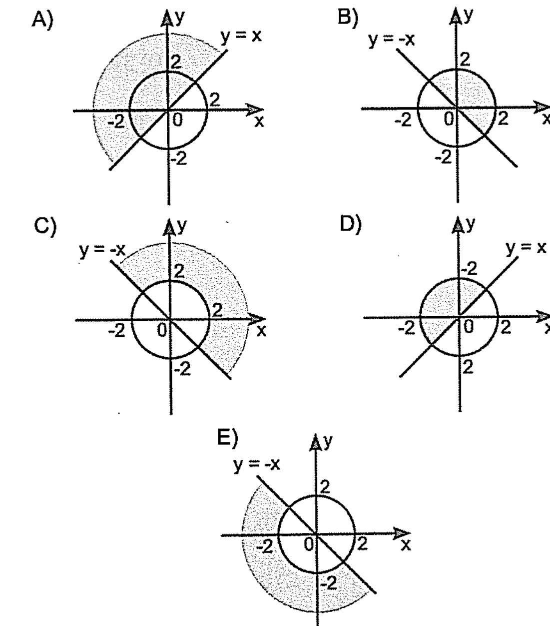
C) $\{z:1<|z|\leq 3,\ z\in C\}$

D) $\{z:1<|z|\leq 9,\ z\in C\}$

E) $\{z:1\leq|z|<3,\ z\in C\}$

8. $\{z:|z+1|\leq|z-i|$ ve $|z|\geq 2,\ z\in C\}$

kümesinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?



9. $A=\{|z-3+i|>4,\ z\in C\}$

kümesini karmaşık düzlemde aşağıdakilerden hangisi tanımlar?

A) Merkezi (–3, 1) olan ve yarıçapı 16 br olan çemberin dış bölgesi

B) Merkezi (3, –1) olan ve yarıçapı 16 br olan çemberin dış bölgesi

C) Merkezi (3, –1) olan ve yarıçapı 4 br olan çemberin dış bölgesi

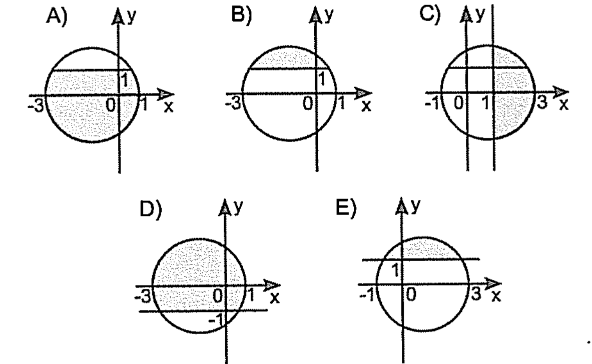
D) Merkezi (–3, 1) olan ve yarıçapı 4 br olan çemberin dış bölgesi

E) Merkezi (3, –1) olan ve yarıçapı 4 br olan çemberin iç bölgesi

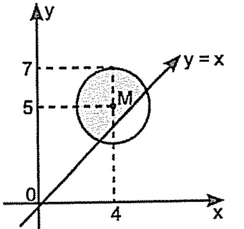
10. $A=\{z:|z+1|\leq 2,\ z\in C\}$

$B=\{z:Im(z)>1,\ z\in C\}$

olduğuna göre, **$A\cap B$ kümesinin karmaşık düzlemde gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?**



11. **Şekildeki taralı bölge aşağıdaki bağıntılardan hangisi ile ifade edilebilir?**



A) $|z-4-5i|\leq 4$ ve $Re(z)\geq Im(z)$

B) $|z+4+5i|\leq 4$ ve $Im(z)\geq Re(z)$

C) $|z-4-5i|\leq 2$ ve $Im(z)\geq Re(z)$

D) $|z-4-5i|\leq 2$ ve $Re(z)\geq Im(z)$

E) $|z-4-5i|\leq 2$ ve $Re(z)=Im(z)$

www.guryayinlari.com

12. $(x+2)^2 + (y-3)^2 \geq 9$

çemberinin, karmaşık düzlemdeki noktalar kümesiyle tanımlanmış şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{z : |z+2+3i| \geq 9,\ z \in C\}$

B) $\{z : |z+2-3i| \geq 9,\ z \in C\}$

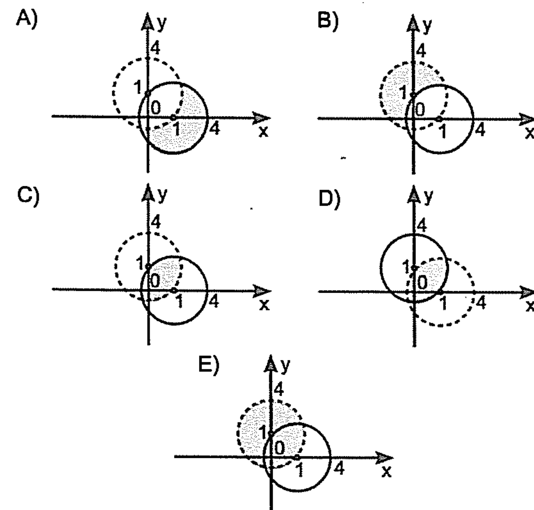
C) $\{z : |z-2-3i| \geq 3,\ z \in C\}$

D) $\{z : |z+2-3i| \geq 3,\ z \in C\}$

E) $\{z : |z+2-3i| > 3,\ z \in C\}$

13. $\{z : (3 \geq |z-i|) \cap (|z-1| < 3),\ z \in C\}$

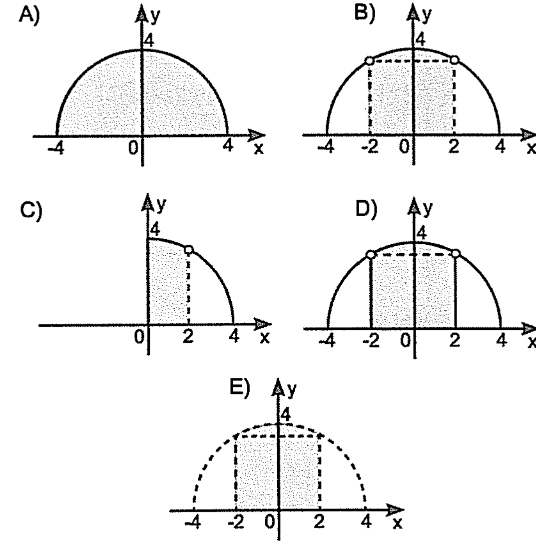
kümesinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü nedir?



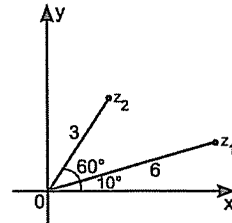
14. $A = \{z : |Re(z)| < 2,\ z \in C\}$

$B = \{z : Im(z) > 0 \text{ ve } |z| \leq 4,\ z \in C\}$

bağıntıları veriliyor. Buna göre, **$A \cap B$ aşağıdakilerden hangisidir?**

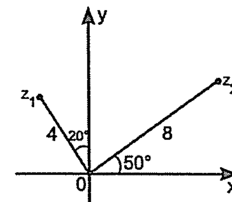


15. Yandaki şekilde verilenlere göre, $|z_1 + z_2|$ **ifadesinin değeri kaçtır?**



A) 7 B) $5\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{15}$ D) $3\sqrt{7}$ E) $\sqrt{70}$

16. Yandaki şekilde verilenlere göre, $|z_1 - z_2|$ **ifadesinin değeri kaçtır?**



A) 6 B) $2\sqrt{10}$ C) $3\sqrt{5}$ D) $\sqrt{46}$ E) $4\sqrt{3}$

1-E 2-B 3-B 4-B 5-B 6-D 7-C 8-E 9-C 10-B 11-C 12-D 13-D 14-B 15-D 16-E

KARMAŞIK SAYILAR

Karmaşık Sayısının Kutupsal Gösterimi

TEST 15

1. $z = -1 + i$

karmaşık sayısının kutupsal biçimi nedir?

A) $cis\frac{\pi}{4}$ B) $\sqrt{2}cis\frac{\pi}{4}$ C) $\sqrt{2}cis\frac{7\pi}{4}$

D) $\sqrt{2}cis\frac{3\pi}{4}$ E) $cis\frac{3\pi}{4}$

2. $z = 1 - \sqrt{3}i$

karmaşık sayısının kutupsal biçimi nedir?

A) $2cis\frac{11\pi}{6}$ B) $2cis\frac{5\pi}{3}$ C) $2cis\frac{7\pi}{4}$

D) $2cis\frac{4\pi}{3}$ E) $4cis\frac{5\pi}{3}$

3. $z = 2i$

karmaşık sayısının kutupsal biçimi nedir?

A) $4cis\frac{\pi}{2}$ B) $2cis\pi$ C) $2cis\frac{3\pi}{2}$

D) $2cis\frac{\pi}{2}$ E) $4cis2\pi$

4. $z = -6$

karmaşık sayısının kutupsal biçimi nedir?

A) $6cis\frac{\pi}{2}$ B) $6cis\frac{3\pi}{2}$ C) $6cis\pi$

D) $\sqrt{6}cis\pi$ E) $\sqrt{6}cis\frac{3\pi}{2}$

5. **Kutupsal koordinatları $\left(2, \frac{\pi}{3}\right)$ olan karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $1 - \sqrt{3}i$ B) $1 + \sqrt{3}i$ C) $\sqrt{3} - i$

D) $\sqrt{3} + i$ E) $-1 + \sqrt{3}i$

6. $z = 1 + \cos 70° + i\sin 70°$

karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?

A) 35° B) 70° C) 110° D) 115° E) 165°

7. $z = 1 - \cos 50° + i\sin 50°$

karmaşık sayısının modülü ve esas argümenti sırasıyla nedir?

A) (sin25°, 65°) B) (2cos25°, 25°)

C) (2cos25°, 65°) D) (2sin25°, 65°)

E) (sin25°, 25°)

8. $z = \dfrac{6i - 4}{3 + 2i}$

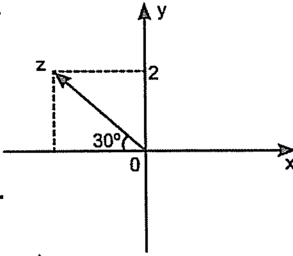
sayısının kutupsal biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) cis90° B) 2cis180° C) 2cis30°

D) 4cis270° E) 2cis90°

9. Şekilde z karmaşık sayısının düzlemde gösterimi verilmiştir.

Buna göre z karmaşık sayısının kutupsal biçimde gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?



A) $4\sqrt{3}(\cos 150° + i\sin 150°)$ B) $4(\cos 90° + i\sin 90°)$

C) $4(\cos 120° + i\sin 120°)$ D) $4(\cos 130° + i\sin 130°)$

E) $4(\cos 150° + i\sin 150°)$

10. $z = -\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}$

karmaşık sayısının kutupsal biçimi nedir?

A) $cis\frac{\pi}{6}$ B) $cis\frac{\pi}{4}$ C) $cis\frac{\pi}{3}$

D) $cis\frac{5\pi}{6}$ E) $cis\frac{7\pi}{6}$

11. $z = \frac{4}{\sqrt{3} + i}$

karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $cis\frac{\pi}{6}$ B) $4cis\frac{7\pi}{6}$ C) $2cis\frac{11\pi}{6}$

D) $4cis\frac{11\pi}{6}$ E) $2cis\frac{5\pi}{6}$

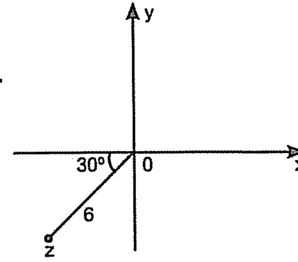
12. $z = 2\left[\cos\frac{3\pi}{4} - i\sin\frac{3\pi}{4}\right]$

karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2cis\frac{3\pi}{4}$ B) $2cis\frac{5\pi}{4}$ C) $2cis\frac{\pi}{4}$

D) $2cis\frac{7\pi}{4}$ E) $cis\frac{5\pi}{4}$

13. **Yandaki grafikte verilen noktanın kutupsal koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?**



A) (6, 240°) B) (6, 60°) C) (6, 150°)

D) (6, 210°) E) $(6\sqrt{2}, 210°)$

14. $z = \sin\frac{\pi}{6} - i\cos\frac{\pi}{6}$

karmaşık sayısının kutupsal biçimi nedir?

A) $cis\frac{5\pi}{6}$ B) $cis\frac{2\pi}{3}$ C) $cis\frac{4\pi}{3}$

D) $cis\frac{11\pi}{6}$ E) $cis\frac{5\pi}{3}$

15. $z = 6\cdot\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$

sayısının eşleniğinin sanal (imajiner) kısmı kaçtır?

A) $-6\sqrt{2}$ B) -6 C) $-3\sqrt{2}$

D) $3\sqrt{2}$ E) 6

16. $z = 12\cdot\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$

karmaşık sayısı $z = x + yi$ biçiminde yazıldığında $y - x$ kaçtır?

A) $6 - 6\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3} - 6$ C) $-6\sqrt{3} - 6$

D) $6\sqrt{3} + 6$ E) $-12\sqrt{3} - 12$

www.guryayinlari.com

1- D 2- B 3- D 4- C 5- B 6- A 7- D 8- E 9- E 10-D 11-C 12-B 13-D 14-E 15-C 16-C

KARMAŞIK SAYILAR

Karmaşık Sayısının Kutupsal Gösterimi

TEST 16

1. $z = \frac{4(\cos 75° + i\sin 75°)}{2(\cos 15° + i\sin 15°)}$

karmaşık sayısının standart biçimi nedir?

A) $1 - \sqrt{3}i$ B) $1 + \sqrt{3}i$ C) $-1 + \sqrt{3}i$

D) $\sqrt{3} - i$ E) $\sqrt{3} + i$

2. $\frac{(6cis100°)\cdot(4cis20°)}{(2cis40°)\cdot(3cis50°)}$

karmaşık sayısının standart biçimi nedir?

A) $\sqrt{3} + i$ B) $\sqrt{3} - i$ C) $2\sqrt{3} + 2i$

D) $2 + 2\sqrt{3}i$ E) $2\sqrt{3} - 2i$

3. $(2 - 2i)\cdot cis15°$

ifadesinin eşiti nedir?

A) $\sqrt{2} - \sqrt{6}i$ B) $1 + \sqrt{3}i$ C) $-\sqrt{6} - \sqrt{2}i$

D) $\sqrt{6} - \sqrt{2}i$ E) $\sqrt{3} - i$

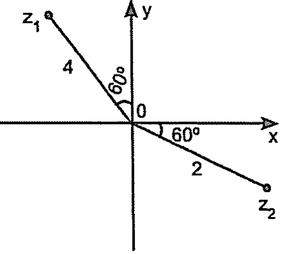
4. $z = \frac{-4 - 4\sqrt{3}i}{-i}$

karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4\sqrt{2}cis330°$ B) $4\sqrt{2}cis300°$ C) $8cis330°$

D) $8cis210°$ E) $8cis240°$

5. Yanda z_1 ve z_2 sayılarının kutupsal koordinatları verilmiştir.



$\frac{z_1}{z_2}$ ifadesinin standart biçimi nedir?

A) $\sqrt{3} + i$ B) $\sqrt{3} - i$ C) $-\sqrt{3} - i$

D) $1 - \sqrt{3}i$ E) $-\sqrt{3} + i$

6. $z = \sqrt{3} + i$

olduğuna göre, z^8 ifadesinin değeri kaçtır?

A) $2^7(1 + \sqrt{3}i)$ B) $-2^7(1 + \sqrt{3}i)$

C) $2^8(1 + \sqrt{3}i)$ D) $-2^7(-1 + \sqrt{3}i)$

E) $-2^7(1 - \sqrt{3}i)$

7. $z_1 = 1 - \sqrt{3}i$ ve $z_2 = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$

olduğuna göre, **$z_1^6 \cdot z_2^{-4}$ sayısının standart biçimi nedir?**

A) -16 B) -4 C) $-2i$ D) $-4i$ E) 4

8. $z = \sqrt{2}\cdot cis30°$

olduğuna göre, **z^{12} ifadesinin değeri kaçtır?**

A) $2^6 i$ B) $-2^6 i$ C) 2^{12} D) $-2^{12} i$ E) 2^6

www.guryayinlari.com

9. $z_1 = 18cis\frac{5\pi}{3}$

$z_2 = 6cis\frac{\pi}{3}$

olduğuna göre, $\frac{z_1}{z_2}$ ifadesinin kutupsal biçimde gösterimi nedir?

A) $3cis\frac{2\pi}{3}$ B) $3cis\frac{4\pi}{3}$ C) $24cis\frac{2\pi}{3}$

D) $3cis2\pi$ E) $6cis2\pi$

10. $z_1 = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

$z_2 = 6\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$

karmaşık sayıları için, $z_1 + z_2$ kaçtır?

A) $-4 + 2i$ B) $8 - 2i$ C) $8 - 4i$

D) $-4 + 8i$ E) $8 + 8i$

11. $z_1 = 8cis\frac{\pi}{4}$, $z_2 = 4cis\frac{5\pi}{4}$

karmaşık sayıları için, $z_1 - z_2$ kaçtır?

A) $6\sqrt{2} + 6\sqrt{2}i$ B) $4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i$

C) $6\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i$ D) $8\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i$

E) $2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$

12. $\frac{(-\cos54° - i\sin54°)}{(-\cos20° + i\sin20°)}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) cis174° B) cis224° C) cis24°

D) cis74° E) cis54°

13. $\frac{(\sin18° + i\cos18°) \cdot (\sin100° - i\cos100°)}{(\cos20° + i\sin20°)}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) cis52° B) cis60° C) cis62°

D) cis72° E) cis82°

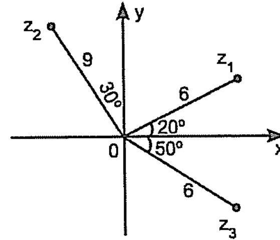
14. $z = 2(\cos50° + i\sin50°)$

olduğuna göre, $(-i \cdot z)$ çarpımının sonucu nedir?

A) 2cis240° B) 2cis290° C) 2cis330°

D) 2cis320° E) 2cis300°

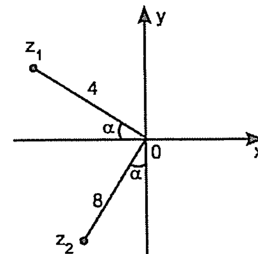
15. Yandaki şekilde verilenlere göre, $\frac{z_1 \cdot z_3}{z_2}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?



A) $-2\sqrt{3} + 2i$ B) $2 - 2\sqrt{3}i$ C) $-4\sqrt{3} - 4i$

D) $2\sqrt{3} - 2i$ E) $-2\sqrt{3} - 2i$

16. Yandaki şekilde verilenlere göre, $\frac{z_2}{z_1}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?



A) 2 B) 1 C) 2i D) $-2i$ E) i

1- B 2- C 3- D 4- C 5- C 6- B 7- B 8- E 9- B 10-D 11-A 12-D 13-C 14-D 15-E 16-C

KARMAŞIK SAYILAR

Karmaşık Sayısının Kutupsal Gösterimi

TEST 17

1. $z = -2 + 2\sqrt{3}i$

sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\left(\cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3}\right)$ B) $2\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$

C) $4\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ D) $4\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

E) $4\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$

2. $\frac{1+\sqrt{3}i}{1+i}$

bölme işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}cis15°$ B) $\frac{1}{2}cis15°$ C) $\sqrt{2}cis15°$

D) $2cis105°$ E) $\sqrt{2}cis105°$

3. $z = \frac{24 \cdot (\cos59° + i\sin59°) \cdot \frac{1}{2}(\cos20° + i\sin20°)}{\sqrt{144 \cdot (\cos38° + i\sin38°)}}$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ C) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

D) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$

4. $z = \frac{-2-2\sqrt{3}i}{i}$

karmaşık sayısının kutupsal gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\left(\cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ B) $2\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$

C) $4\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$ D) $2\left(\cos\frac{7\pi}{6} + i\sin\frac{7\pi}{6}\right)$

E) $4\left(\cos\frac{7\pi}{6} + i\sin\frac{7\pi}{6}\right)$

5. $(-4 + 4i) \cdot cis15°$

ifadesinin eşiti nedir?

A) $-2\sqrt{6} + \sqrt{2}i$ B) $-2\sqrt{6} + 2\sqrt{2}i$ C) $4\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$

D) $\sqrt{6} - \sqrt{2}i$ E) $\sqrt{6} + \sqrt{2}i$

6. $z = \left(\frac{-1+\sqrt{3}i}{-1-i}\right)^6$

karmaşık sayısının kutupsal biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2^3cis120°$ B) $2^3cis90°$ C) $2^3cis270°$

D) $2^6cis60°$ E) $2^6cis90°$

7. $z = \frac{6(\cos315° + i\sin315°)}{2(\cos255° + i\sin255°)}$

karmaşık sayısı için, $|z|$ kaçtır?

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) 3 E) $2\sqrt{3}$

8. $z_1 = 12cis\frac{9\pi}{15}$, $z_2 = 4cis\frac{4\pi}{15}$

karmaşık sayıları veriliyor. Buna göre, $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^8$ in değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3^8}{2}(-1+i\sqrt{3})$ B) $3^8(1-i\sqrt{3})$ C) $\frac{3^8}{2}(1-i\sqrt{3})$

D) $-\frac{3^8}{2}(-1-i\sqrt{3})$ E) $\frac{3^8}{2}(-1-i\sqrt{3})$

9. $z=-\sqrt{2}+\sqrt{2}i$

olduğuna göre, $\frac{1}{z^4}$ **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) -2^{-8} B) $-2^{-6}i$ C) -2^{-4} D) $2^{4}i$ E) $-2^{-4}i$

10. $z_1=-2\sqrt{3}+2i$ ve $z_2=\sqrt{2}-\sqrt{2}i$

olduğuna göre, **$Arg(z_1\cdot z_2)$ kaç radyandır?**

A) $\frac{13\pi}{12}$ B) $\frac{11\pi}{12}$ C) $\frac{11\pi}{4}$ D) $\frac{7\pi}{12}$ E) $\frac{5\pi}{2}$

11. $z_1=\left(3,\frac{\pi}{2}\right)$ ve $z_2=\left(6,\frac{4\pi}{3}\right)$

kutupsal koordinatları ile verilen z_1 ve z_2 karmaşık sayılarına göre, $z_1^3\cdot\frac{1}{z_2^2}$ **karmaşık sayısının imajiner kısmı kaçtır?**

A) $-\frac{3}{8}$ B) $-\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

12. $(\sqrt{3},-\sqrt{3})$

kartezyen koordinatlarının, kutupsal koordinatlara çevrilmişi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(\sqrt{3}, 310°)$ B) $(\sqrt{3}, 135°)$ C) $(\sqrt{6}, 300°)$

D) $(3\sqrt{2}, 135°)$ E) $(\sqrt{6}, 315°)$

13. $z=(-\sqrt{3}+i)^{50}$

sayısının esas argümenti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 330° B) 300° C) 240° D) 210° E) 150°

14. $z=\frac{1}{4}(\sqrt{3}-i)$

olduğuna göre, z^{16} sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2^{-15}\left(\cos\frac{7\pi}{6}+i\sin\frac{7\pi}{6}\right)$

B) $2^{-16}\left(\cos\frac{4\pi}{5}+i\sin\frac{4\pi}{5}\right)$

C) $2^{-16}\left(\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$

D) $2^{-15}\left(\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3}\right)$

E) $2^{-16}\left(\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3}\right)$

15. $Arg(z_1)=\frac{\pi}{12}$ ve $Arg(z_2)=\frac{3\pi}{4}$

olduğuna göre, **$Arg(z_1^3\cdot z_2)$ eşiti nedir?**

A) $\frac{5\pi}{12}$ B) $\frac{7\pi}{12}$ C) $\frac{3\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) π

16. $z=\frac{2}{\cos 40°+i\sin 40°}$

olduğuna göre, **z karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?**

A) 40° B) 50° C) 140° D) 210° E) 320°

1- C 2- C 3- C 4- C 5- B 6- B 7- D 8- A 9- C 10-D 11-C 12-E 13-B 14-E 15-E 16-E

KARMAŞIK SAYILAR

Karmaşık Sayısının Esas Argümenti

TEST 18

1. $\bar{z}=4\cdot z^{-1}$ ve $Arg(z)=150°$

olduğuna göre, **z karmaşık sayısı nedir?**

A) $-\sqrt{3}+i$ B) $1-\sqrt{3}i$ C) $-2\sqrt{3}+2i$

D) $2-2\sqrt{3}i$ E) $2\sqrt{3}+2i$

2. **$Arg(2z-4)-Arg(z+1)=0$**

eşitliğinin belirttiği doğru denklemi nedir?

A) $y=0$ B) $x=0$ C) $x+y=0$

D) $y-x=0$ E) $y-2x=0$

3. $Arg(z_1)=80°$, $Arg(z_2)=40°$, $Arg(z_3)=50°$

olduğuna göre, $Arg\left(\frac{z_1\cdot z_3}{z_2}\right)$ **kaç derecedir?**

A) 70° B) 80° C) 90° D) 100° E) 110°

4. **$Arg(z_1)=110°$, $Arg(z_2)=50°$,**

$Arg(z_3)=20°$, $Arg\left(\frac{z_1\cdot z_3}{z_2\cdot z_4}\right)=70°$

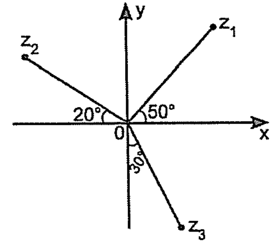
olduğuna göre, **$Arg(z_4)$ kaç derecedir?**

A) 10° B) 20° C) 30° D) 40° E) 50°

5. **Yanda verilen z_1, z_2 ve z_3 sayıları için**

$Arg\left(\frac{z_3\cdot z_1}{z_2}\right)$

kaç derecedir?



A) 180° B) 190° C) 200° D) 210° E) 220°

6. $\frac{1-\sqrt{2}i}{\sqrt{2}+i}$

sayısının esas argümenti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 45° B) 90° C) 135° D) 180° E) 270°

7. Modülleri birbirine eşit ve 4 br olan z_1 ve z_2 karmaşık sayıları için

$Arg(z_1\cdot z_2)=120°$ ve $Arg(z_1:z_2)=60°$

eşitlikleri veriliyor.

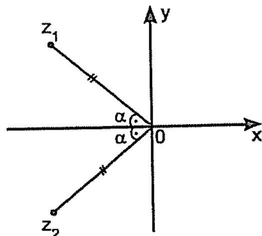
Buna göre, **z_1+z_2 nedir?**

A) $2\sqrt{3}+2i$ B) $2+2\sqrt{3}i$ C) $2\sqrt{3}+6i$

D) $4\sqrt{3}+4i$ E) $2+4\sqrt{3}i$

8. Yandaki şekilde z_1 ve z_2 sayılarının başlangıç noktasına olan uzaklıkları birbirine eşit olduğuna göre,

$\frac{z_1}{z_2}$ **oranı aşağıdakilerden hangisine eşittir?**



A) cis90° B) cis(180° – 2α) C) cis(2α)

D) cis(–2α) E) cis(90° + α)

9. $z_1 = (m+2) + (m-n)i$ sayısının argümenti $\frac{\pi}{4}$,

$z_2 = (n-2) + 2\sqrt{3}mi$ sayısının argümenti $\frac{\pi}{3}$ tür.

Buna göre, **m + n toplamı kaçtır?**

A) –6 B) –5 C) –4 D) –3 E) –2

10. $\text{Arg}(z_1^2 \cdot z_2) = 120°$, $\text{Arg}\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = 30°$

olduğuna göre, **$\text{Arg}(z_1)$ kaç derecedir?**

A) 20° B) 25° C) 30° D) 40° E) 50°

11. $\text{Arg}(z_1^3 \cdot z_2^2) = \frac{11\pi}{9}$, $\text{Arg}(z_1^2 \cdot z_2) = \frac{7\pi}{9}$

olduğuna göre, **$\text{Arg}(z_1 \cdot z_2^{-1})$ kaç radyandır?**

A) $\frac{\pi}{9}$ B) $\frac{5\pi}{36}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{2\pi}{9}$ E) $\frac{\pi}{3}$

12. **$z = \cos130° + i\sin130°$**

karmaşık sayısı için, $\text{Arg}\left(-\frac{1}{z}\right)$ kaç derecedir?

A) 70° B) 60° C) 50° D) 40° E) 30°

13. $z = \dfrac{-i}{\cos70° - i\sin70°}$

olduğuna göre, **z karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?**

A) 20° B) 110° C) 200° D) 320° E) 340°

14. $\text{Arg}(z) = \frac{\pi}{4}$, $\text{Arg}(z - 2i) = \frac{3\pi}{4}$

şartlarını sağlayan z karmaşık sayısı nedir?

A) 2cis45° B) 2cis30° C) $\sqrt{2}$cis45° D) $\sqrt{2}$cis135° E) $\sqrt{2}$cis225°

15. $z = 6\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$

olduğuna göre, **$(-i \cdot \bar{z})$ karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?**

A) 120° B) 150° C) 210° D) 240° E) 270°

16. $i^2 = -1$ olmak üzere,

$z = 4 - 6i$

karmaşık sayısının esas argümenti α olduğuna göre, **$\cos2\alpha$ kaçtır?**

A) $-\frac{5}{13}$ B) $-\frac{4}{13}$ C) $-\frac{3}{13}$ D) $-\frac{2}{13}$ E) $-\frac{1}{13}$

1-A 2-A 3-C 4-A 5-B 6-E 7-C 8-D 9-C 10-E 11-D 12-C 13-E 14-C 15-D 16-A

KARMAŞIK SAYILAR

Karmaşık Sayısının Esas Argümenti

TEST 19

1. $z = \sin20° - i\cos20°$

olduğuna göre, **$\text{Arg}(z)$ kaç derecedir?**

A) 70° B) 160° C) 200° D) 290° E) 340°

2. $z = \dfrac{-\cos50° - i\sin50°}{-\sin10° + i\cos10°}$

olduğuna göre, **$\text{Arg}(z)$ kaç derecedir?**

A) 100° B) 130° C) 140° D) 160° E) 220°

3. $|z_1| = 8$, $\text{Arg}(z_1) = \frac{\pi}{4}$ ve $z_1 \cdot z_2 = 16\sqrt{2}$

olduğuna göre, **$\overline{z_2}$ aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 2 + 2i B) 2 – 2i C) 4 + 4i D) 4 – 4i E) 1 + i

4. $\text{Arg}(z + 2) = \frac{\pi}{2}$ ve $\text{Arg}(z - 4i) = \frac{5\pi}{4}$

olduğuna göre, **z karmaşık sayısı nedir?**

A) –2 + 4i B) –2 + 2i C) 4 + 2i D) 2 – 4i E) –2 – 2i

5. $\text{Arg}(z - 6 - 4i) = \frac{\pi}{6}$ ve $|z| = 4$

olduğuna göre, **z karmaşık sayısının standart biçimi nedir?**

A) 6 + 4i B) 8 + 6i C) $6 + 2\sqrt{3} + 6i$ D) $6 + 2\sqrt{3} + 4i$ E) $4 + 2\sqrt{3} + 8i$

6. $\text{Arg}(z + 2 + 2i) = \frac{5\pi}{4}$ ve $|z| = 6$

olduğuna göre, **z karmaşık sayısının standart biçimi aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

A) $3\sqrt{2} - i3\sqrt{2}$ B) $-3\sqrt{2} + i3\sqrt{2}$ C) 3 + 3i D) 6 + 6i E) $3\sqrt{2} + i3\sqrt{2}$

7. $\text{Arg}(z - 1 + i) = \pi$ ve $|z| = 2$

olduğuna göre, **z karmaşık sayısının standart biçimi aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

A) 3 – i B) $1 - i\sqrt{3}$ C) $-1 + i\sqrt{3}$ D) $\sqrt{3} - i$ E) $\sqrt{3} - i\sqrt{3}$

8. Modülleri birbirine eşit ve 12 br olan z_1 ve z_2 karmaşık sayıları için,

$\text{Arg}(z_1 \cdot z_2) = 150°$ ve $\text{Arg}(z_1 : z_2) = 90°$

eşitlikleri veriliyor. Buna göre, **$z_1 + z_2$ karmaşık sayısının reel kısmı nedir?**

A) $-12 + 12\sqrt{3}$ B) $6 + 6\sqrt{3}$ C) $-6 + 6\sqrt{3}$ D) $6 - 6\sqrt{3}$ E) $-6 - 6\sqrt{3}$

9. $|z_1| = 8$, $Arg(z_1) = \alpha$
$|z_2| = 2$, $Arg(z_2) = \beta$
$\alpha - \beta = \frac{7\pi}{6}$
olduğuna göre, $\frac{A}{B}$ **oranı nedir?**

A) $4(\sqrt{3} + i)$ B) $2(\sqrt{3} - i)$ C) $2(\sqrt{3} + i)$ D) $-2(\sqrt{3} + i)$ E) $-4(\sqrt{3} + i)$

10. $z = \frac{1}{6}(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})$
olduğuna göre, z^{-1} **sayısının standart biçimi nedir?**

A) $3(1 - \sqrt{3}i)$ B) $3(\sqrt{3} - i)$ C) $-3(1 + \sqrt{3}i)$ D) $6(1 - \sqrt{3}i)$ E) $-6(1 - \sqrt{3}i)$

11. $z^{-1} = 4cis\frac{3\pi}{4}$
olduğuna göre, **z karmaşık sayısının standart biçimi nedir?**

A) $\frac{1}{2\sqrt{2}}(1+i)$ B) $\frac{1}{4\sqrt{2}}(1-i)$ C) $-\frac{1}{2\sqrt{2}}(1-i)$ D) $-\frac{1}{4\sqrt{2}}(1+i)$ E) $-\frac{1}{4\sqrt{2}}(1-i)$

12. $z = \cos 40° \cdot (\tan 40° + i)$
olduğuna göre, **z karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?**

A) 20° B) 40° C) 50° D) 130° E) 140°

13. $|z + \sqrt{2} - \sqrt{2}i| = 1$
eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının esas argümenti en az kaç derecedir?

A) 95° B) 100° C) 105° D) 120° E) 135°

14. $|z + 10| = 5$
koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarından argümenti en büyük olanın argümenti kaç derecedir?

A) 120° B) 150° C) 210° D) 225° E) 240°

15. $|z + 1 + \sqrt{3}i| = 1$
koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarından argümenti en büyük ve en küçük olanının toplamı kaç derecedir?

A) 380° B) 400° C) 420° D) 440° E) 460°

16. $|z - 1 - i| = \frac{\sqrt{2}}{2}$
koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarından esas argümenti en büyük olanının argümenti kaç derecedir?

A) 60° B) 75° C) 90° D) 105° E) 120°

1- D 2- B 3- A 4- B 5- C 6- E 7- D 8- C 9- D 10-A 11-D 12-C 13-C 14-C 15-C 16-B

KARMAŞIK SAYILAR
Karmaşık Sayısının Esas Argümenti
TEST 20

1. $(\sin\alpha - i\cos\alpha)^2$
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\cos 2\alpha + i\sin 2\alpha$ B) $\cos 2\alpha - i\sin 2\alpha$ C) $-\cos 2\alpha + i\sin 2\alpha$ D) $\sin 2\alpha + i\cos 2\alpha$ E) $-\cos 2\alpha - i\sin 2\alpha$

2. $z - 6 - i = 2$
koşulunu sağlayan z karmaşık sayısının argümenti θ olduğuna göre, **tanθ kaçtır?**

A) $-\frac{1}{6}$ B) $-\frac{1}{8}$ C) $-\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{6}$

3. $z = -1 - i$
olduğuna göre, z^{40} **aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) -2^{20} B) $-2^{20}i$ C) 2^{20} D) $2^{20}i$ E) $2^{20}(-1+i)$

4. $z_1 = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$, $z_2 = 2cis\frac{\pi}{6}$, $z_3 = \left(4, \frac{\pi}{3}\right)$
olduğuna göre, $Arg\left(\frac{z_1 \cdot z_3}{z_2^2}\right)$ **aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\frac{2\pi}{3}$ B) $\frac{3\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{4}$

5. $|z - 8i| = 4$
koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarından, esas argümenti en küçük olan ile esas argümenti en büyük olan arasındaki uzaklık kaç br dir?

A) 4 B) $4\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{3}$ D) 12 E) $8\sqrt{3}$

6. $z = -\frac{1}{3} - \frac{1}{3}i$
sayısının çarpmaya göre tersinin kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sqrt{2}}{3}\left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$
B) $\frac{\sqrt{2}}{3}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$
C) $\frac{3\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$
D) $\frac{3\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$
E) $\frac{3\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4}\right)$

7. $z = -\cos 40°(\tan 40° - i)$
karmaşık sayısında z nin esas argümenti kaç derecedir?

A) 40° B) 50° C) 130° D) 140° E) 320°

8. $z_1 = 4 - 4i$
$z_2 = -\sqrt{3} - i$
Buna göre, $Arg(z_1) - Arg(z_2)$ **kaç derecedir?**

A) 105° B) 90° C) 75° D) 60° E) 45°

9. $z=\dfrac{i\cos 80°+\sin 80°}{\cos 40°+i\sin 40°}$

sayısının sanal kısmı kaçtır?

A) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\dfrac{1}{2}$ C) $\dfrac{1}{2}$ D) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ E) 1

10. $\text{Arg}(z-2)=150°$ ve $\text{Arg}(z+2)=60°$

olduğuna göre, **z karmaşık sayısı kaçtır?**

A) $-4-2\sqrt{3}i$ B) $-1+\dfrac{\sqrt{3}}{3}i$ C) $1-\dfrac{\sqrt{3}}{3}i$

D) $-1+\sqrt{3}i$ E) $2+\dfrac{2\sqrt{3}}{3}i$

11. $A=10(\cos\alpha+i\sin\alpha)$

$B=5(\cos\beta+i\sin\beta)$

$\alpha-\beta=\dfrac{3\pi}{4}$

olduğuna göre, $\dfrac{A}{B}$ **oranı nedir?**

A) $-\sqrt{2}+\sqrt{2}i$ B) $\sqrt{2}-\sqrt{2}i$ C) $-\sqrt{3}+i$

D) $1-\sqrt{3}i$ E) $-1+\sqrt{3}i$

12. Köklerinden biri $\left(\cos\dfrac{\pi}{6}+i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$ olan reel katsayılı ikinci derece denklem aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2-\sqrt{3}x+1=0$ B) $x^2+x+2=0$

C) $x^2-x-1=0$ D) $x^2+\sqrt{3}x+1=0$

E) $x^2-\sqrt{3}x-1=0$

13. Karmaşık düzlemde

$(\cos x-i\sin x)^2=\cos^2 x+i\sin^2 x$

olduğuna göre, **x in değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

A) $\dfrac{\pi}{6}$ B) $\dfrac{\pi}{4}$ C) $\dfrac{\pi}{3}$ D) $\dfrac{\pi}{2}$ E) π

14. $\text{Arg}(z+2+2i)=\dfrac{\pi}{4}$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının karmaşık düzlemdeki görüntüsünün başlangıç noktası nedir?

A) $z=2+2i$ B) $z=-2-2i$ C) $z=-2+2i$

D) $z=2-2i$ E) $z=-1-i$

15. $z=\sin 20°-i\cos 20°$

olduğuna göre, **Arg(z) kaç derecedir?**

A) 160° B) 250° C) 280° D) 290° E) 320°

16. $z=\dfrac{1}{\sqrt{3}}(\cos\alpha+i\sin\alpha)$

karmaşık sayısının argümenti $\dfrac{2\pi}{3}$ olduğuna göre, z^{-2} **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) $\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ B) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}-\dfrac{1}{2}i$ C) $\dfrac{3}{2}-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}i$

D) $-\dfrac{3}{2}+\dfrac{3\sqrt{3}}{2}i$ E) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}i$

1-E 2-D 3-C 4-E 5-C 6-C 7-C 8-A 9-B 10-D 11-A 12-A 13-E 14-B 15-D 16-D

KARMAŞIK SAYILAR

Karmaşık Sayının Görüntüsü, Döndürme

TEST 21

1. $|z|\le 2$ olduğuna göre,

$|z+5-12i|$

ifadesinin en büyük değeri ile en küçük değerinin toplamı kaçtır?

A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

2. $|z|\le 3$ olduğuna göre,

$|z+6+10i|$

ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

A) $2\sqrt{34}-9$ B) $2\sqrt{34}-3$ C) $2\sqrt{15}-3$

D) 7 E) 5

3. $|z-4+4i|\le 2$ olduğuna göre,

$|z+4-2i|$

ifadesinin alabileceği minimum değer kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 10 E) 12

4. $|z+4-3i|=5$ ve $|z-2+5i|=2$

koşullarını sağlayan z karmaşık sayıları arasındaki en kısa uzaklık kaç br dir?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

5. $z_1=5(\cos 80°+i\sin 80°)$

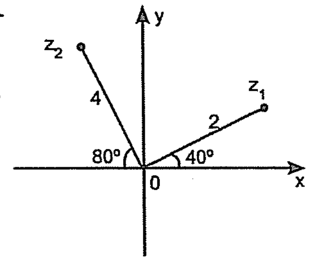
$z_1=4(\cos 20°+i\sin 20°)$

karmaşık sayıları arasındaki uzaklık kaç br dir?

A) 3 B) $2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{15}$ D) $\sqrt{19}$ E) $\sqrt{21}$

6. Yandaki şekilde verilenlere göre,

$|z_1+z_2|$ ifadesinin değeri kaçtır?



A) $2\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $2\sqrt{6}$ D) $2\sqrt{7}$ E) $4\sqrt{2}$

7. $|z-6-8i|=3$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının orijine en yakın uzaklığı kaç br dir?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 10 E) 13

8. $|z+4-i|=3$ ve $|z-2|=2$

çemberleri arasındaki en kısa uzaklık kaç br dir?

A) $\sqrt{37}$ B) $\sqrt{35}-5$ C) $\sqrt{37}-3$

D) $\sqrt{37}-5$ E) $\sqrt{35}-3$

9. $z = 2 - \sqrt{3}i$

sayısının orijin etrafında pozitif yönde 30° döndürülmesi ile elde edilen karmaşık sayı nedir?

A) $2\sqrt{3} - \frac{i}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$ C) $\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$

D) $\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$ E) $\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$

10. **Bir z(x, y) noktası orijin etrafında 40° döndürüldüğünde (1, 4) noktası elde ediliyor. Aynı (x, y) noktasının orijin etrafında 220° döndürülmesi ile elde edilen noktanın koordinatları nedir?**

A) (–4, 1) B) (4, –1) C) (–1, –4)

D) (4, 1) E) (–1, 4)

11. $z = 4 - 3i$

sayısının orijin etrafında pozitif yönde 90° döndürülmesiyle elde edilen sayı nedir?

A) 4 + 3i B) 3 + 4i C) –3 – 4i

D) –3 + 4i E) 3 – 4i

12. $z = 3 + 2i$

sayısının orijin etrafında negatif yönde 60° döndürülmesiyle elde edilen sayının reel kısmı kaçtır?

A) $\frac{2+\sqrt{2}}{3}$ B) $\frac{3+2\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{2+3\sqrt{3}}{2}$

D) $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{3-2\sqrt{3}}{2}$

13. $z = 6cis80°$

sayısının orijin etrafında pozitif yönde 140° döndürülmesiyle elde edilen sayı z_1, z_1 sayısının orijin etrafında negatif yönde 40° döndürülmesiyle elde edilen sayı nedir?

A) $3 + 3\sqrt{3}i$ B) –3 + 3i C) –6 + 6i

D) –6 E) –3

14. $z = 2\sqrt{3} + 2i$

sayısının orijin etrafında pozitif yönde 120° döndürülmesiyle oluşan sayı z_1, z_1 sayısının orijin etrafında 120° döndürülmesiyle oluşan sayı z_2 olduğuna göre, **köşeleri z, z_1 ve z_2 olan üçgenin alanı kaç br² dir?**

A) 12 B) $12\sqrt{3}$ C) 16 D) $16\sqrt{3}$ E) 24

15. $z = -6 + 8i$

sayısının orijin etrafında negatif yönde 90° döndürülmesiyle oluşan sayı z_1, z_1 sayısının orijin etrafında negatif yönde 90° döndürülmesiyle oluşan sayı z_2, z_2 sayısının orijin etrafında negatif yönde 90° döndürülmesiyle oluşan sayı z_3 olduğuna göre, **köşeleri z, z_1, z_2 ve z_3 olan dörtgenin alanı kaç br² dir?**

A) 100 B) 120 C) 160 D) 200 E) 240

16. $z = 12\,(\cos 50° + i\sin 50°)$

sayısının orijin etrafında pozitif yönde 70° döndürülmesiyle elde edilen sayı aşağıdakilerden hangisidir?

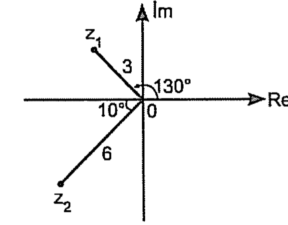
A) $-6 + 6\sqrt{3}i$ B) $6 + 6\sqrt{3}i$ C) $-12 + 6\sqrt{3}i$

D) $-12 + 12\sqrt{3}i$ E) $-6 - 6\sqrt{3}i$

1- D 2- B 3- C 4- D 5- E 6- D 7- C 8- D 9- E 10-C 11-B 12-B 13-D 14-B 15-D 16-A

KARMAŞIK SAYILAR
Karmaşık Sayısının Kökleri
TEST 22

1. **Karmaşık düzlemde verilen z_1 ve z_2 sayıları için $\frac{z_1}{z_2}$ sonucu aşağıdakilerden hangisidir?**



A) $\frac{1}{2}(1+\sqrt{3}i)$ B) $\frac{1}{4}(1-\sqrt{3}i)$ C) $\frac{1}{2}(1-\sqrt{3}i)$

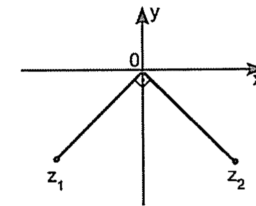
D) $\frac{1}{4}(\sqrt{3} - i)$ E) $\frac{1}{4}(-1-\sqrt{3}i)$

2. $z = -4 \cdot i^{\sin x}$

karmaşık sayısında sinx in en büyük ve en küçük değerleri için argümentleri toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

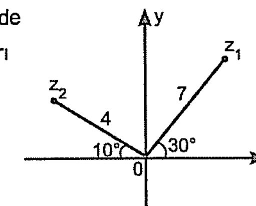
A) 90° B) 180° C) 270° D) 330° E) 360°

3. Yandaki şekilde z_1 ve z_2 sayılarının başlangıç noktasına olan uzaklıkları birbirine eşit olduğuna göre, **$\frac{z_1}{z_2}$ oranı aşağıdakilerden hangisine eşittir?**



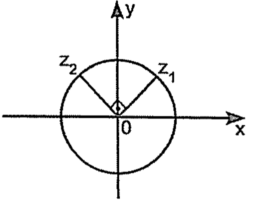
A) –i B) –1 C) 1 D) i E) 1 + i

4. Şekildeki karmaşık düzlemde z_1 ve z_2 karmaşık sayıları gösterilmiştir. Buna göre, **$Arg(z_1^4 \cdot z_2^3)$ kaç derecedir?**



A) 80° B) 150° C) 270° D) 290° E) 320°

5. **Şekilde $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ karmaşık sayısı ile 90° lik açı bulunan z_2 karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?**



A) $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

D) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ E) $-1 + \sqrt{3}i$

6. $z = \sin\alpha \cdot (\tan\alpha - i)$ karmaşık sayısında

$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

olduğuna göre, **z nin esas argümenti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\pi - \alpha$ B) $\pi + \alpha$ C) $\pi - \frac{\alpha}{2}$

D) $\frac{3\pi}{2} - \alpha$ E) $\alpha + \frac{3\pi}{2}$

7. $z = \cos\frac{4\pi}{7} + i\sin\frac{4\pi}{7}$

olduğuna göre, **z^7 ün kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –1 B) –i C) i D) $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

8. $z = 16\left(\cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3}\right)$

sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $16\left(\cos\frac{5\pi}{2} + i\sin\frac{5\pi}{2}\right)$

B) $16\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$

C) $4\left(\cos\frac{7\pi}{3} + i\sin\frac{7\pi}{3}\right)$

D) $4\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$

E) $4\left(\cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3}\right)$

9. Hangi karmaşık sayının karesi –12i dir?

A) $2\sqrt{3}+3i$ B) $-2\sqrt{2}-2\sqrt{2}i$ C) $-3+3i$

D) $-\sqrt{3}+\sqrt{3}i$ E) $-\sqrt{6}+\sqrt{6}i$

10. $z \in C$ olmak üzere;

$$z^3+1=0$$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1-i$ B) $\sqrt{3}-i$ C) $-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$

D) $\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$

11. $z \in C$ olmak üzere;

$$z^4-\sqrt{2}-\sqrt{2}i=0$$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt[8]{2}\,cis\frac{\pi}{16}$ B) $\sqrt[8]{2}\,cis\frac{9\pi}{16}$ C) $\sqrt[4]{2}\,cis\frac{\pi}{11}$

D) $\sqrt[4]{2}\,cis\frac{17\pi}{16}$ E) $\sqrt[4]{2}\,cis\frac{23\pi}{16}$

12. $\sqrt[4]{-81}$ **sayısı aşağıdakilerden hangisine eşit değildir?**

A) $\frac{3\sqrt{2}}{2}(1+i)$ B) $\frac{3\sqrt{2}}{2}(-1+i)$ C) $\frac{3\sqrt{2}}{2}(-1-i)$

D) $3\sqrt{2}(1-i)$ E) $\frac{3\sqrt{2}}{2}(1-i)$

13. $\bar{z}.z=16$ ve $Arg z=150°$

olduğuna göre, **z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $-\sqrt{3}+i$ B) $-2\sqrt{3}+2i$ C) $\sqrt{3}-2i$

D) $-1+\sqrt{3}i$ E) $-4\sqrt{3}+4i$

14. $z=2(\cos10°+i\sin10°)$

olduğuna göre, $(-z)^5$ **ifadesinin sonucu nedir?**

A) $2^5(\cos50°+i\sin50°)$

B) $2^5(\cos120°+i\sin120°)$

C) $2^5(\cos230°+i\sin230°)$

D) $2^5(\cos310°+i\sin310°)$

E) $2^5(\cos350°+i\sin350°)$

15. $z=6-8i$

sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2\sqrt{2}-2i$ B) $\sqrt{2}-2i$ C) $-2\sqrt{2}+\sqrt{2}i$

D) $-2\sqrt{2}-\sqrt{2}i$ E) $2-2\sqrt{2}i$

16. $z=-\sqrt{3}i$

noktasının pozitif yönde orijin etrafında 60° döndürülürse görüntüsün eşiti nedir?

A) $-\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ B) $-\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ C) $\frac{6}{2}-\frac{\sqrt{6}}{2}i$

D) $1-i$ E) $\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

1- B 2- E 3- A 4- C 5- C 6- E 7- A 8- D 9- E 10-D 11-D 12-D 13-B 14-D 15-C 16-E

KARMAŞIK SAYILAR
Karma
TEST 23

1. $z=2\sqrt{3}+2i$ karmaşık sayıları veriliyor.

$\frac{z}{2}$ **sayısı orijin etrafında negatif yönde 270° döndürüldüğünde oluşan karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $-1+\sqrt{3}i$ B) $1+\sqrt{3}i$ C) $1-\sqrt{3}i$

D) $-1-\sqrt{3}i$ E) $\sqrt{3}+i$

2. $z=3+4i$

karmaşık sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1+2i$ B) $2+i$ C) $4-i$

D) $3-4i$ E) $5i$

3. a ve b reel sayılardır.

$$2x^2+ax+b=0$$

denkleminin köklerinden biri $4+2i$ olduğuna göre,

a + b kaçtır?

A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

4. $x^2-8x+25=0$

denkleminin kökleri $x_1 + x_2$ dir. Buna göre, $|x_1|+|x_2|$

toplamı kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

5. $z=6\cos3x+6\,i\sin3x$

olduğuna göre, $z \cdot \bar{z}$ **ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –36 B) –18 C) 0 D) 18 E) 36

6. $z=\sin x+i\cos x$

olduğuna göre, z^{-1} **aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $cis(-x)$ B) $cis(90°-x)$ C) $cis(180°-x)$

D) $cis(90°+x)$ E) $cis(x-90°)$

7. $z_1=6\sqrt{2}(\cos135°+i\sin135°)$

$z_2=x-4-yi$

karmaşık sayıları veriliyor. $z_1 = z_2$ olduğuna göre,

x + y toplamı kaçtır?

A) –10 B) –9 C) –8 D) –7 E) –6

8. Karmaşık düzlemde

$$(\cos x-i\sin x)^2=\cos2x+i\sin2x$$

olduğuna göre, **aşağıdakilerden hangisi x'in değerlerinden biridir?**

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) π D) $\frac{3\pi}{2}$ E) $\frac{11\pi}{6}$

9. $Arg(z_1) = 65°$
$Arg(z_2) = 95°$
$|z_1| = 4$ ve $|z_2| = 12$
olduğuna göre, **$\frac{z_2}{z_1}$ oranı kaçtır?**

A) $\frac{3}{2}(\sqrt{3} + i)$ B) $\frac{3}{4}(\sqrt{3} + i)$ C) $\frac{3}{2}(1 + \sqrt{3}i)$
D) $\frac{3}{4}(1 + \sqrt{3}i)$ E) $3(\sqrt{3} + i)$

10. $z_1 = cos5\alpha + isin5\alpha$
$z_2 = cos2\alpha + isin2\alpha$
$z_3 = cos3\alpha + isin3\alpha$
olduğuna göre, $\left(\frac{z_1 \cdot z_2}{z_3}\right)^{\frac{1}{2}}$ **ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $cis\frac{\alpha}{2}$ B) $cis\alpha$ C) $cis2\alpha$ D) $cis3\alpha$ E) $cis4\alpha$

11. $i^2 = -1$
$P(x) = (x^2 - 1) - 5ix^2 + 4$
olduğuna göre, **P(1 + i) değeri nedir?**

A) $11 - 4i$ B) $12 - 6i$ C) $11 - 6i$
D) $13 - 2i$ E) $13 + 2i$

12. **z_1 ve z_2 karmaşık sayı olmak üzere, aşağıdaki ifadelerin hangisi yanlıştır?**
($\overline{z}$; z karmaşık sayısının eşleniğidir.)

A) $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$ B) $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$
C) $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$ D) $\overline{\overline{z}} = z$
E) $\overline{z_1 - z_2} = \overline{z_1} - \overline{z_2}$

13. $z = 1 + i\sqrt{3}$
olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi tam sayıdır?

A) z^2 B) z^3 C) z^4 D) z^5 E) z^8

14. $Arg\left(\frac{4}{i}\right) + Arg(-1 + i\sqrt{3}) = \frac{k\pi}{6}$
olduğuna göre, **k kaçtır?**

A) 16 B) 14 C) 13 D) 12 E) 10

15. $|z + 2 - 4i| = 2$ ve $|w - 6 + 2i| = 1$
olmak üzere, **$|z - w|$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?**

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

16. $z = 1 - cos44° + isin44°$
karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?

A) 16° B) 22° C) 44° D) 56° E) 68°

1- A 2- B 3- E 4- C 5- E 6- E 7- C 8- B 9- A 10-C 11-E 12-D 13-B 14-C 15-B 16-E

KARMAŞIK SAYILAR
Karma
TEST 24

1. $|6cis85° - 2cis25°|$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\sqrt{7}$ B) $\sqrt{30}$ C) $2\sqrt{10}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{13}$

2. $|6cis40° + 8cis310°|$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

3. $z = a + ib$
karmaşık sayısının başlangıç noktasına uzaklığı 16 birim olduğuna göre,
$\frac{|z| + \sqrt{|-z|}}{|\overline{z}| + |z \cdot \overline{z}|}$
işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{5}{68}$ B) $\frac{3}{47}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{5}{8}$ E) 1

4. $z = \frac{1}{3}\left(cos\frac{\pi}{3} + isin\frac{\pi}{3}\right)$
olduğuna göre, **z^{-2} ifadesinin değeri nedir?**

A) $\frac{9}{2} + \frac{9\sqrt{3}}{2}i$ B) $-\frac{9}{2} - \frac{9\sqrt{3}}{2}i$ C) $\frac{5}{2} + \frac{5\sqrt{3}}{2}i$
D) $\frac{9}{2} - \frac{9\sqrt{3}}{2}i$ E) $\frac{5}{2} - \frac{5\sqrt{3}}{2}i$

5. $z = 1 + cos40° + isin40°$
karmaşık sayısının mutlak değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) $\sqrt{2}$ C) cos40°
D) 2cos20° E) 2sin20°

6. $\frac{i^{1417} - i^{204}}{i^{84} + 3i^{260}}$
ifadesinin imajiner kısmı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{3}{2}$

www.guryayinlari.com

7. $i^2 = -1$ olmak üzere;
$Re\left(\frac{x + yi}{x - yi}\right) = \frac{1}{4}$
eşitliğini gerçekleyen (x, y) noktalarının geometrik yeri analitik düzlemde ne belirtir?

A) Doğru
B) Paralel iki doğru
C) Kesişen iki doğru
D) Çember
E) Parabol

8. z_1 ve z_2 karmaşık sayıları için,
$z_1 + z_2 = 0$ ve $z_1 \cdot z_2 = 4 - 4\sqrt{3}i$
bağıntıları gerçekleştiğine göre, **z_1 sayılarından biri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $-2 - 2\sqrt{3}i$ B) $\sqrt{2} - \sqrt{6}i$ C) $\sqrt{6} - \sqrt{2}i$
D) $2\sqrt{3} + 2i$ E) $-\sqrt{2} - \sqrt{6}i$

9. $z_1 = -\sqrt{3} + i$ ve $z_2 = 4 + 4i$

karmaşık sayıları veriliyor. Buna göre, **$\text{Arg}(z_1 \cdot z_2^2)$ kaçtır?**

A) 145° B) 160° C) 195° D) 240° E) 250°

10. $z = 2\sqrt{3} - 6i$

sayısının argümenti α olduğuna göre, **$\cos 2\alpha$ nın değeri kaçtır?**

A) $-\sqrt{3}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

11. $(-2 + 2\sqrt{3}i)^{-4}$

karmaşık sayısının reel kısmı kaçtır?

A) $-\frac{1}{2^8}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{2^8}$ C) $-\frac{1}{2^9}$ D) $\frac{1}{2^8}$ E) $\frac{1}{2^9}$

12. $z^{\frac{3}{2}} - i = 0$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) -1 B) 1 C) $1 + i\sqrt{3}$ D) $\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

13. $z = x + iy$ olmak üzere;

$|z + 4 - 2i| = 9$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x+4)^2 + (y-2)^2 = 9$

B) $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 81$

C) $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 9$

D) $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 81$

E) $(x+4)^2 + (y-2)^2 = 81$

14. Karmaşık düzlemde

$z_1 = 4 + 4i$, $z_2 = -2 - 8i$, $z_3 = 6 - 2i$ ve $z_4 = 8$

karmaşık sayılarının belirttiği noktalar sırasıyla A, B, C ve D dir.

Buna göre, **[AC] nin orta noktasının [BD] nin orta noktasına olan uzaklığı kaç br dir?**

A) $\sqrt{10}$ B) $\sqrt{29}$ C) $\sqrt{30}$ D) $4\sqrt{2}$ E) 6

15. $(2 - i) \cdot \bar{z} = 3 - 11i + z$

eşitliğini sağlayan, z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir? ($\bar{z}$, z nin eşleniğidir)

A) $4 - 3i$ B) $5 - 2i$ C) $4 + 3i$ D) $5 + 2i$ E) $-4 - 3i$

16. $\frac{1}{1 + 3i} + z = \frac{i}{1 - i}$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı için |z| nin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

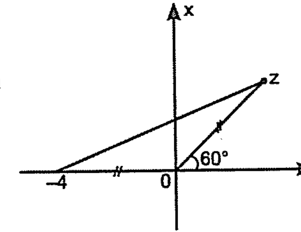
1-A 2-E 3-A 4-B 5-D 6-A 7-C 8-E 9-D 10-C 11-C 12-E 13-E 14-B 15-D 16-A

KARMAŞIK SAYILAR

Karma

TEST 25

1. **Grafikte görülen z karmaşık sayısı için aşağıdakilerden hangisi doğru değildir?**



A) $\text{Arg}(z) = 60°$ B) $\text{Arg}(z+4) = 30°$

C) $\text{Arg}(z-2) = 90°$ D) $|z+4| = 5\sqrt{2}$

E) $\text{Im}(z) = 2\sqrt{3}$

2. $z = \frac{-\cos 60° - i\sin 60°}{-\cos 30° + i\sin 30°}$

sayısının eşiti nedir?

A) $-i$ B) -1 C) 0 D) 1 E) i

3. $|z - 8i| = 4$

olduğuna göre, **z karmaşık sayısının esas argümenti en çok kaç radyandır?**

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{5\pi}{6}$ C) $\frac{7\pi}{6}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{6\pi}{5}$

4. **$z = 8i$ karmaşık sayısının küp köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $2(\cos 60° + i\sin 60°)$

B) $2(\cos 270° + i\sin 270°)$

C) $2(\cos 300° + i\sin 270°)$

D) $2(\cos 330° + i\sin 330°)$

E) $2(\cos 210° + i\sin 210°)$

5. $i^2 = -1$ olmak üzere;

$$\frac{1+i}{1-i} + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2 + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3 + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^4$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

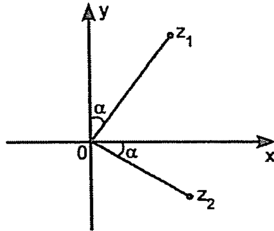
A) 0 B) 1 C) i D) $-i$ E) -1

6. Karmaşık düzlemde

$|z_1| = 5|z_2|$

olduğuna göre,

$\frac{z_1}{z_2}$ ifadesinin değeri nedir?



A) 5 B) $-5i$ C) $5i$ D) -5 E) $-i$

7. $z_1 = 4\left(\cos\frac{11\pi}{12} + i\sin\frac{11\pi}{12}\right)$

$z_2 = 2\left(\cos\frac{7\pi}{12} + i\sin\frac{7\pi}{12}\right)$

karmaşık sayıları veriliyor.

$\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{12}$ nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2^{12} B) -2^{12} C) $-2^{12}i$ D) $2^{12}(1+i)$ E) $2^{12}(1-i)$

8. $z_1 = 8i$ ve $z_2 = -6$

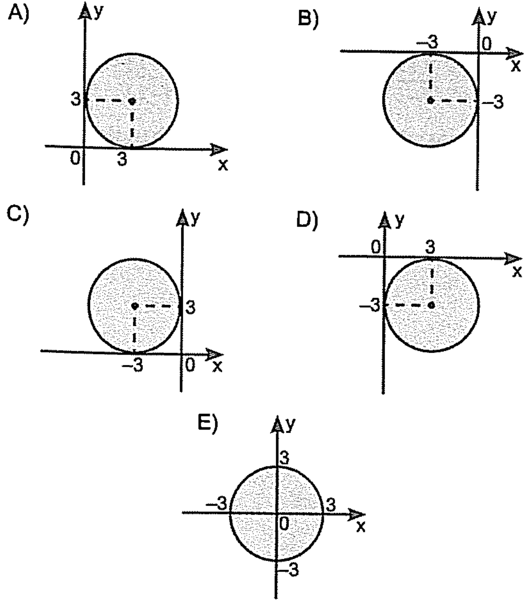
karmaşık sayıları veriliyor.

$\text{Arg}(z_2) - \text{Arg}(z_1) = \theta$ olduğuna göre, **$\sin\theta$ kaçtır?**

A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

9. $A = \{z : |z + 3i - 3| \le 3 \ , \ z \in C\}$

kümesinin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



10. $\text{Arg}(z+2) = \frac{\pi}{3}$

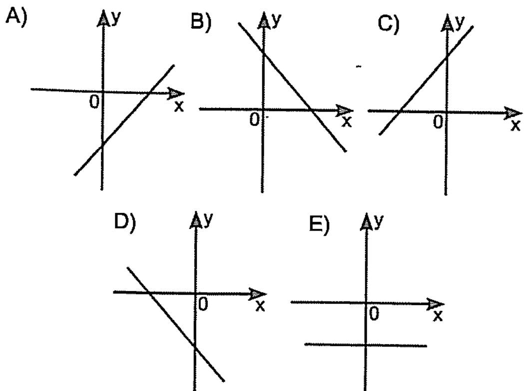
$\text{Arg}(z-2) = \frac{5\pi}{6}$

olduğuna göre, **z karmaşık sayısının reel kısmı kaçtır?**

A) –4 B) –1 C) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) 1 E) $\sqrt{3}$

11. $\text{Arg}(z - 3 + 4i) = \frac{\pi}{3}$

şartını sağlayan z = x + yi karmaşık sayılarının görüntüsünün grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



12. Karmaşık düzlemde $\left|\frac{z-4}{z-6}\right| = 1$ **eşitliğini sağlayan karmaşık sayıların geometrik yerinin denklemi nedir?**

A) x = –3 B) x = –1 C) x = 2 D) x = 4 E) x = 5

13. $z_1 = \cos 50° - i\sin 50°$

$z_2 = \cos 20° + i\sin 20°$

karmaşık sayıları veriliyor. Buna göre, **$\text{Arg}\left(\frac{z_1^3}{z_2^2}\right)$ kaç derecedir?**

A) 120° B) 140° C) 150° D) 170° E) 180°

14. $z = \frac{(2-\sqrt{3}i)^2 (2+i)^4}{(10+5i)^2}$

olduğuna göre, **|z| kaçtır?**

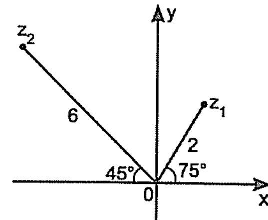
A) $\frac{7}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ C) $\frac{7}{5}$ D) $\frac{3}{25}$ E) $\frac{\sqrt{7}}{15}$

15. **z = 4 + 4i**

karmaşık sayısının orijin etrafında 135° döndürülmesiyle elde edilen yeni karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-4\sqrt{2}$ B) $-4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i$ C) $4\sqrt{2}i$ D) $-4\sqrt{2}i$ E) $-4\sqrt{2} - 4\sqrt{2}i$

16. Şekilde verilenlere göre, **$|z_1 - z_2|$ nin değeri kaçtır?**



A) 4 B) $2\sqrt{7}$ C) $3\sqrt{5}$ D) 7 E) $4\sqrt{3}$

1- D 2- E 3- D 4- B 5- A 6- C 7- A 8- E 9- D 10-B 11-A 12-E 13-D 14-C 15-A 16-B

KARMAŞIK SAYILAR

ÖYS - ÖSS YGS - LYS SORULARI

1. 1985 – ÖYS :

$\frac{1}{1+i} + a + bi = 1 - i$

olduğuna göre, a+b nin değeri kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) –1 E) –2

2. 1988 – ÖYS :

$i^2 = -1$

olduğuna göre, **$(1 + i)(1 + i^3)(1 + i^6)$ işleminin sonucu nedir?**

A) 3 B) 1 C) 0 D) –1 E) –3

3. 1988 – ÖYS :

$(1 + i)^5 + (1 - i)^5$ toplamı kaçtır? ($i^2 = -1$)

A) –8 B) –5 C) 0 D) 5 E) 8

4. 1989 – ÖYS :

$z = -\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i$

karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir? ($i^2 = -1$)

A) $9\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ B) $9\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$

C) $3\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ D) $3\left(\cos\frac{7\pi}{6} + i\sin\frac{7\pi}{6}\right)$

E) $3\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

5. 1990 – ÖYS :

$z = 3 + 2i \ , \ \bar{z} = 3 - 2i$

olduğuna göre, $\left(\frac{z+\bar{z}}{z-\bar{z}}\right)^4$ **aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\frac{81}{16}$ B) $-\frac{81}{16}$ C) $-\frac{81}{16}i$ D) $\frac{81}{16}i$ E) –i

6. 1991 – ÖYS :

$i^2 = -1$ olduğuna göre,

$(1 + i)(1 + i^3)(1 + i^5)(1 + i^7)$

çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2 B) 4 C) 1 + i D) 1 – i E) 4i

7. 1991 – ÖYS :

Karmaşık düzlemde A(4 + 6i), B(–2 – i), C(4 + 5i) noktaları veriliyor.

A nın [BC] nin ortasına olan uzaklığı kaç birimdir?

A) 5 B) 4 C) 3 D) $3\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{3}$

8. 1992 – ÖYS :

$i^2 = -1$

olduğuna göre, $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{20}$ **sayısı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –2i B) –i C) –1 D) 1 E) 2i

9. 1993 – ÖYS :

Karmaşık düzlemde $z = 3 - i$ olduğuna göre, $|z^{-1}|$ **kaçtır?**

A) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ B) $\frac{\sqrt{10}}{20}$ C) $\frac{\sqrt{15}}{20}$ D) $\frac{\sqrt{15}}{30}$ E) $\frac{\sqrt{10}}{50}$

10. 1994 – ÖYS :

Karmaşık düzlemde

$(\cos x + i\sin x)^2 = \cos^2 x - i\sin^2 x$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi x in değerlerinden biridir?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

11. 1994 – ÖYS :

$|z + 2 - i| = 10$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 16$

B) $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 64$

C) $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 100$

D) $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 81$

E) $(x-4)^2 + (y-4)^2 = 121$

12. 1995 – ÖYS :

$i = \sqrt{-1}$ ve n pozitif tam sayı olmak üzere;

$$\frac{i^{8n-1} + i^{4n}}{i^{4n-1}}$$

ifadesinin kısaltılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) i B) i + 1 C) i – 1 D) 1 E) 2

13. 1995 – ÖYS :

$z = x + iy$ ve $|z| = |z - 2|$

olduğuna göre, **z nin karmaşık düzlemdeki geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) Gerçel eksene dik bir doğru

B) Sanal eksene dik bir doğru

C) 2 birim çaplı bir çember

D) Bir elips

E) Bir parabol

14. 1996 – ÖYS :

$z - 5 - i = 1$

koşulunu sağlayan z karmaşık sayısının argümenti θ olduğuna göre, **tanθ kaçtır?**

A) $-\frac{1}{5}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{6}$ E) 1

15. 1997 – ÖYS :

$z = 2 + 4i$ ve $u = 3i$

karmaşık sayılar olduğuna göre, $\frac{\bar{z} \cdot \bar{u}}{6 + 3i}$ **değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –2 B) –1 C) 2 D) $\frac{1+2i}{3}$ E) $\frac{1-2i}{3}$

16. 1998 – ÖYS :

$i^2 = -1$, $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

olduğuna göre, **z^9 aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) –i B) 1 C) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

D) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

Öğreten Matematik Fasikülleri ● KARMAŞIK SAYILAR

17. 2006 – ÖSS (MAT2) :

$|z| + z = 3 - 2i$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3}{5} - 2i$ B) $\frac{5}{6} - 2i$ C) $\frac{3}{4} + 2i$

D) $\frac{2}{3} - 3i$ E) $\frac{3}{5} + 3i$

18. 2007 – ÖSS :

Karmaşık sayılar kümesi üzerinde ∗ işlemi,

$z_1 * z_2 = z_1 + z_2 + |z_1 \cdot z_2|$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, (1 – 2i) ∗ (2 + i) işleminin sonucu nedir?

A) 1 + 8i B) 1 – 8i C) 8 + i

D) 8 – i E) 2 – i

19. 2008 – ÖSS :

z_1 ve z_2 karmaşık sayıları $z^2 = i$ denkleminin kökleridir.

Karmaşık düzlemde z_1 ve z_2 noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

20. 2009 – ÖSS :

$$z = \frac{\cos 75° + i\sin 75°}{\cos 15° + i\sin 15°}$$

karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sqrt{3}+i}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}-i}{2}$ C) 1

D) $\frac{1-i\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$

21. 2010 – LYS / 1 :

$|z - 1| = |z + 2|$

denklemi aşağıdakilerden hangisini belirtir?

A) x = 1 doğrusu

B) $x = \frac{-1}{2}$ doğrusu

C) x = 2 doğrusu

D) $(x-1)^2 + y^2 = 1$ çemberi

E) $x^2 + (y+2)^2 = 1$ çemberi

22. 2010 – LYS / 1 :

$\bar{z}$ ile z nin eşleniği gösterildiğine göre, **z = 2 + i**

karmaşık sayısı için $\frac{z}{\bar{z} - 1}$ **ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ B) $\frac{2}{3} - \frac{3}{2}i$ C) 1 + 3i

D) 2 – 3i E) 3 + i

23. 2010 – LYS / 1 :

$z = 1 + i\sqrt{3}$

karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ B) $2\left(\cos\frac{\pi}{6} - i\sin\frac{\pi}{6}\right)$

C) $2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ D) $4\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

E) $4\left(\cos\frac{\pi}{3} - i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

24. 2010 – LYS / 1 :

b ve c gerçel sayılar olmak üzere, $P(x) = x^2 + bx + c$ polinomunun bir kökü 3 – 2i karmaşık sayısıdır.

Buna göre, **P(–1) kaçtır?**

A) 5 B) 10 C) 20 D) 25 E) 30

25. **2011 – LYS / 1 :**

Baş katsayısı 1 olan, –i ve 2i karmaşık sayılarını kök kabul eden dördüncü dereceden gerçel katsayılı P(x) polinomu için P(0) kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

26. **2011 – LYS / 1 :**

$z = a + bi$ ($b \neq 0$) ve $w = c + di$ karmaşık sayıları için $z + w$ toplamı ve $z \cdot w$ çarpımı birer gerçel sayı olduğuna göre,

I. z ve w birbirinin eşleniğidir.

II. $z - w$ gerçeldir.

III. $z^2 + w^2$ gerçeldir.

ifadelerinin hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III

D) II ve III E) I, II ve III

27. **2011 – LYS / 1 :**

$\overline{z}$ ile z'nin eşleniği gösterildiğine göre $z^2 = \overline{z}$ eşitliğini sağlayan ve argümenti $\frac{\pi}{2}$ ile π arasında olan sıfırdan farklı z karmaşık sayısı nedir?

A) $\frac{-1}{2} + (\sqrt{3})i$ B) $\frac{-1}{2} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)i$

C) $\frac{-\sqrt{2}}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)i$ D) $\frac{-\sqrt{2}}{2} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)i$

E) $\frac{-\sqrt{3}}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)i$

28. **2012 – LYS / 1 :**

Karmaşık sayılar kümesi üzerinde

$f(z) = 1 - 2z^6$

fonksiyonu tanımlanıyor.

$z_0 = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$ için $f(z_0)$ kaçtır?

A) 1 + i B) 2i C) 1 – i

D) –1 E) 3

29. **2012 – LYS / 1 :**

$(|z| + z) \cdot (|z| - \overline{z}) = i$

denklemini sağlayan z karmaşık sayılarının <u>sanal</u> kısmı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2}{|z|}$ B) $\frac{1}{|z|}$ C) $\frac{-|z|}{2}$

D) $\frac{1}{2|z|}$ E) $-|z|$

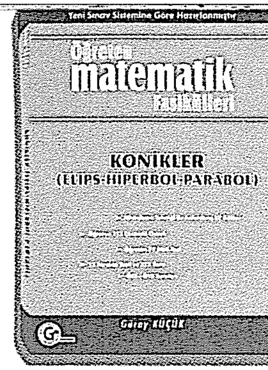
30. **2012 – LYS / 1 :**

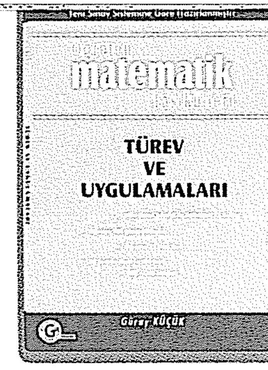
1 sayısına olan uzaklığı 2 birim ve i sayısına olan uzaklığı 3 birim olan $z = a + ib$ karmaşık sayıları için $a - b$ farkı kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{7}{2}$

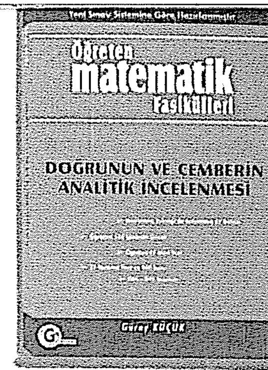
D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{7}{3}$

ÖSS - ÖYS - LYS CEVAP ANAHTARI									
1-C	2-C	3-A	4-D	5-A	6-B	7-A	8-D	9-A	10-E
11-C	12-B	13-	14-D	15-A	16-A	17-B	18-D	19-D	20-E
21-B	22-A	23-C	24-C	25-B	26-C	27-B	28-D	29-D	30-B









ÖĞRETMEN VE ÖĞRENCİ GÖRÜŞLERİ

Güzel ve başarılı bir çalışma hazırladığı için Güray Küçük'e teşekkürler. Bu kaynaklarda Matematiğin temel konuları tek tek ele alınmış ve her soru tipi pekiştirilerek verilmiştir. Bu çalışma kaynakları öğrenci merkezli olup, matematikle sorunum var diyen her kesime hitap etmiştir. Öğrencilerin sıkılmadan ve zevkle çözebileceği bu kaynakları herkese tavsiye ediyorum.

Hakan Şimşir - Yüksek Matematikçi
Matematik Öğretmeni - ORDU

Değişen sınav sisteminde başarılı olmanın koşulu her derste en ince ayrıntıyı kavrayabilecek kadar bilgi birikimine sahip olmaktır. Bu birikimi sağlamanın ilk adımı da size tüm bu kazanımları sağlayacak kaynakların neler olduğunu bilmektir. Son sene kullanmaya başladığım Gür Yayınları ile Matematik - Geometri adına hiçbir kavram kargaşası yaşamadan tüm konulara hakim olacak kadar bilgi edindim ve aynı zamanda her konuyu ayrı ayrı ölçen testlerle eksiklerimi giderme şansı yakaladım. Açık ve kalıcı anlatım tarzıyla öğrencilik hayatımda ilk kez karşılaştığım konuları bile kısa zamanda kavrama fırsatını yakaladım. YGS ve LYS 'de elde ettiğim başarılara sağladığı değerli katkılarından dolayı Güray KÜÇÜK' e teşekkür ediyorum.

Pelin SAMARAZ - Hacettepe Üniversitesi Tıp Fakültesi (Türkiye 426.sı) –Ankara

Gür Yayınlarının öğreten Matematik fasikülleri bana göre piyasadaki en iyi fasiküller diyebilirim. Çünkü piyasadaki fasiküller bilgiyi öğretip uygulamayı öğrenciye bırakır . Ayrıca konuyu bir bütün olarak anlatır ve bu zaman zaman konsantrenizi azaltır. Oysa bu fasiküllerde hücreleme tekniğiyle önce konuyu parça parça ve sağlam bir şekilde öğrenip, ardından hemen altında ki örnek sorularla soru çözüm teknikleri ile konuyu pekiştirirsiniz. Hemen yanında bulunan mini testle de uygulamasını yaparsınız ve konuyu çok daha iyi kavrarsınız. Ben bu özellikleri nedeniyle bu kaynaklardan çok fayda gördüm ve istediğim bölümü kazandım. Bu nedenle başarımda büyük katkısı olan Gür Yayıncılığa çok teşekkür eder YGS - LYS sınavına hazırlanan tüm öğrenci arkadaşlarıma başarılar dilerim.

Ömerhan ÇAKMAK - Hacettepe Üniversitesi Elektrik ve Elektronik Mühendisliği - Ankara

Güray KÜÇÜK sanırım biz öğrencilerin öğrenim şeklini gerçekten bilen öğretmenlerimizden birisi.ÖĞRETEN FASİKÜLLER öğretmekte.Sınav döneminde bana yardımcı olduğu için Gür yayınlarına sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

M. Güzin KAYA - Ankara Anadolu Lisesi

Bu fasiküller Matematik ve Geometride özellikle en çok takıldığım konularda bana çok yardımcı oldu.Bir konu üzerindeki her soru tipiyle konuya hakim olmamı ve daha iyi kavramamı sağladı.Herkese tavsiye ediyorum.

Hazel KAZKAYASI – Gazi Anadolu Lisesi

Hücrelenmiş konu tekniği, konulara uygun örnek sorular ve günümüz sınav sistemine uygun pekiştirme testleriyle bu fasikülleri kullanan her öğrenci artık kendisinin öğretmeni olabilir.

İlksen HAYIRLIEL - Matematik Öğretmeni - Ankara

Eğitim sistemimizde senelerdir süre gelen ezberci yapı, Matematik ve Geometri derslerini, öğrencilerin en çok zorlandığı dersler haline getirmiştir. İnanıyorum ki, sunduğu yenilikler sayesinde elinizdeki kitaplar bu önyargıları ortadan kaldıracaktır. Sevgili Güray Küçük'e "ezber bozan" yayınlarından dolayı teşekkürlerimi sunar başarılarının devamını dilerim.

Ayben Taş - Matematik Öğretmeni - Ankara

5 yılı aşkın süredir yayınlarını kullandığımız Gür yayınlarının son yayını olan öğreten fasiküller serisi, öğrencilerimizin bu zorlu maratona bir adım önde başlamasına yardımcı olmuştur. Adım adım öğreten tekniği , örnek çözümlü soruları, konuyu kavratan testleri ile öğrenciden öğretmene kadar herkesin faydalanabileceği bir yayın olmuştur. Emeği gecen herkese teşekkür ederim.

Ümit ÇEVİK - Matematik Öğretmeni – Antalya

Öğreten fasiküller adı üstünde gerçekten öğretiyor. Basit konu anlatımı bol çözümlü soruları ve düzeyli testleri her düzeydeki öğrenci seviyesine hitap ediyor ve bu yönleri ile biz eğitimcilerin işini kolaylaştırıyor. Herkese şiddetle tavsiye ediyorum.

Mehmet Konyalıoğlu - Matematik Öğretmeni - Ankara



ÖĞRETMEN VE ÖĞRENCİ GÖRÜŞLERİ

Merhaba arkadaşlar. Güray KÜÇÜK fasiküllerinin öğretme yeteneğinin yüksek olduğunu uygulayarak öğrendim. Zorluk çektiğiniz konularda size de yararlı olacağına inanıyorum. Bütün kitaplarını çözdüm ve sizlerinde çözmesini tavsiye ediyorum.

Fatma GÜVEN – Kırkkonaklar Anadolu Lisesi

Güray Küçük'e ait Matematik Geometri ve sınav denemeleri kitaplarını geçmiş senelerde dershanede kullandım. Bilhassa ikinci dönemde eksik konu analizlerinde öğrencilere çok faydasının olduğunu, bilgi dağarcıklarını gereksiz sorularla doldurmak yerine hedefe varan sorularla çalıştıklarını gördüm. Geçen sene yeni çıkan fasiküllerle çalıştım. Öğrencinin konuya nerden başlayacağını, hangi sorularla konunun pekiştiğini, yazılılarında ve testlerde yaklaşımının ne olacağını ve sonunda da öğrendiklerini nasıl uygulayacağını pekiştirmenin yapılıp yapılmadığını göreceği bir kaynak olmuştur. Geniş bir yelpazede ele alınan soruların Matematik Öğretmeni arkadaşlara da yardımcı olacağına inanıyorum, çalışmalarınızın devam etmesi dileğiyle.

Bülent Mutlu - Matematik Öğretmeni - Kocaeli

Hepsi birden kitap halinde karşılarına çıkınca öğrencilerin gözünü korkutan konuları küçük lokmalara ayırarak aslında ne kadar kolay olduğunu göstermiş . Şimdilik "ZOR" konulardan başlayan serinin diğer konularını da sabırsızlıkla bekliyoruz.

Murat ÇETİN - Matematik Öğretmeni - Balıkesir

Güray Hocam'ın hazırlamış olduğu konu fasiküllleri konuları en temelden alıp, her alt başlıkla ilgili bol miktarda çözülmüş soru örnekleriyle öğrencilerin tek başlarına çalışmaya korktukları konuları bile öğrenciye sevdirmiş ve bir öğrencinin tek başına bir konuyu öğrenmesine ve pekiştirmesine yardımcı olmuştur. Aynı zamanda klasikleşmiş soru tarzlarının dışında orijinal ve bol miktarda, daha yaratıcı hazırlanmış sorularla öğrencilerin farklı bakış açılarını kazanmalarını da sağlamıştır. Titizlikle hazırlanmış bu kaynaklardan yararlanan ve bir anlamda yaralarına merhem bulan tüm öğrencilerim adına Güray Hocam'a teşekkür ederim. Bundan sonraki çalışmalarında da başarılarının devamını dilerim.

Janberd PÖÇ - Matematik Öğretmeni – Alanya

Her seviyedeki öğrenciye matematiği öğretebilecek, konuların tüm alt başlıklarıyla ilgili öğretici, çözümlü soru barındıran özel bir kaynak.

Volkan CEYLANGÜDEN - Matematik Öğretmeni - Ankara

Gür yayınlarının kitaplarını ve dergilerini okulumuzda öğrencilerimize daha iyiyi vermek adına kullanıyoruz. Her öğrenci seviyesine hitap edebilen bol çözümlü örnekli , çok sorulu bu fasikülleri Matematik Öğretmeni olarak herkese tavsiye ediyorum.

Sezgin UYSAL- Matematik Öğretmeni - Balıkesir Gönen

Siz değerli öğrencilerime, sizleri hayalinize bir adım daha yaklaştıracak olan bu mücevheri takılmamış ama bilgisi eksiksiz bu fasikülleri canı gönülden tavsiye ediyorum.

Erdinç DÜNEN - Matematik Öğretmeni - Batman

Bu fasiküllerin her soru çeşidini ve çözümünü içermesi onları, hem bizler hem öğrencilerimiz için çok değerli bir kaynak haline getiriyor. Matematiği kavramak isteyen herkese tavsiye ediyorum.

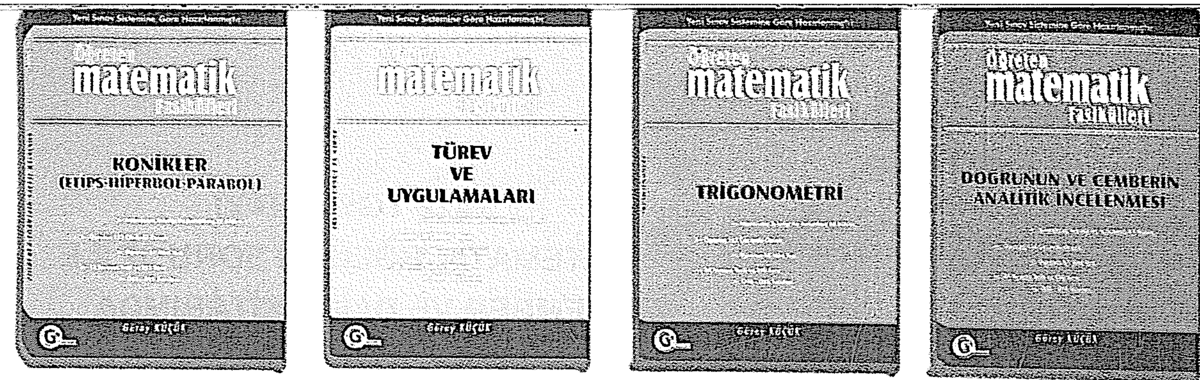
Ebru OLGUN AY - Matematik Öğretmeni - ANKARA

Gür yayınlarının öğreten fasiküller serisi bu güne kadar fasikül şeklinde hazırlanmış yayınlar arasında öğrenci düzeyine en uygun konu anlatımı ve kaliteli soruları ile tüm öğrencilere ilk tavsiye ettiğim kaynaktır.

Ahmet YILDIZ - Matematik Öğretmeni - Antalya

Öğreten fasiküller öğrenciye konuyu en iyi şekilde öğretmek için iyi konu analizi ile modül içerisinde parça ayrılmış soru kalıpları ve soru çeşitliliği ile aynı türdeki diğer yayınlar arasında ilk bakışta farkını hissettiriyor. Eksiksiz bu yayın her konunun anlatımı, çözümlü soru testleri ile hem biz öğretmenlerin hem de öğrencilerin iş yükünü azaltıyor. Herkese tavsiye ediyorum.

Kamber BEKTAŞ - Matematik Öğretmeni - Ordu



ÖĞRETMEN VE ÖĞRENCİ GÖRÜŞLERİ

Fasiküller çok anlaşılır ve açıklayıcı .Yeni gördüğümüz konuları rahatça anlayabiliyoruz.Üniversite hazırlıkta çok ideal bir kaynak.Herkese öneriyorum.

Ayşenur USLU - Başkent Anadolu Lisesi

Tüm alan derslerinde faydalanılması gerekilen , konuları kolaya indirgeyerek öğrenimi kolaylaştırmayı amaçlayan harika bir kaynak.Herkesin faydalanması gereken eşiz bir kaynak.Herkese tavsiye ederim.

Mert GÖKDUMAN- Aydınlıkevler Anadolu Lisesi

Bilmiyordum öğrendim. Bilmediğim konuların hepsini bilir hale geldim.

Naz BUDAK – HÖTAL

Özellikle Analitik Geometri fasikülü muhteşem. Neredeyse hiç bilmediğim Analitik Geometri den artık bir problemim kalmadı . Teşekkürler.

A. Utku ŞAHİN – Cumhuriyet Anadolu Lisesi

Gür yayınlarının kitapları sınavda çıkabilecek zorlukta sorularla öğrenci eğitimine büyük katkı sağlıyor.Geometride sadece doğruda açı konusunu yapabilen biriyken artık diğer konularda da fikir üretebiliyorum. Teşekkürler Güray KÜÇÜK.

S.Can YÜCEL - Aydınlıkevler Anadolu Lisesi

Bu fasiküllerle hazırlanan öğrencilerin hepsi bence YGS-LYS de çok başarılı olur. Uygun fiyatı yüksek öğretim gücü bu fasiküllerin en önemli özellikleri . Herkese tavsiye ediyorum. Ben başardım sizde başarabilirsiniz.

Berkay ŞAHİNER – Milli Piyango Anadolu Lisesi

Zorlandığımızda her konuda bize yardımcı olan bu fasiküller örnek çözümleri ve sınava yönelik sorularıyla her öğrenciye yöneliktir.Bu yüzden herkese öneriyorum.

Sema Miray ÇELİK- Kurtuluş Lisesi

Dörtler dershanesi olarak öğrencilerimize önerdiğimiz fasikül kitaplar sayesinde öğrencilerimiz, gerek konu işlenişi gerek soruların kalitesi açısından çok yararlandıklarını söylediler. Değerli meslektaşım Güray KÜÇÜK'e bu özgün çalışmalarından dolayı teşekkürlerimi sunuyorum...

Kutluhan ERKTAN, Dörtler Dershanesi Kurucusu Matematik Öğretmeni

---

Sayın Güray hocam, ne kadar şanslıyım ki Antalya'daki arkadaşımın tavsiyesi üzerine sizinle ve dolayısıyla kitaplarınızla tanıştım.

Hatay'da olduğum 4 yıl boyunca hem ben hem öğrencilerim kitaplarınızdan çok faydalandık, hele ki fasiküller öğrencilerin vazgeçilmezi oldu.

Kitaplarınız ele alındığı anda içindeki düzen, konuların anlaşılabilir şekilde ifade edilmiş olması,seçilmiş özenli örnekler ve sınav sorularıyla birleşince zenginliğini ortaya koyuyor.

Artık Adana'dayım, buradaki öğrencilerim ve öğretmen arkadaşlarımın yayınlarınızı beyeneceğine eminim, herkese tavsiye ediyorum. Emeklerinizi takdir ediyor, devamında başarılar diliyorum.

Meltem GÜLLE, Matematik Öğretmeni - Adana

Her şeyi ile mükemmel bir yapıt. En ince ayrıntı bile gözden kaçırılmamış. Çalışırken zevk veren. Düşündürürken öğreten, hızlı kavrama ve uygulama üzerine kurulmuş emsallerinin üzerinde bir eser. Eee tabiki Güray KÜÇÜK imzası kaliteyi markalaştırıyor. Sevgili kardeşim 13 yıllık tecrübeme kattığın 1 yıllık etki beni yılların ötesine attı, artık hangi soru tipini hangi kitapta bulurum endişesi yok. Tek adres Güray KÜÇÜK... Dostluğumuzun sonsuza kadar sürmesi dileği ile

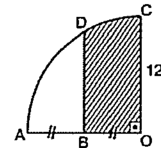
Halil İbrahim NURSEL ve Öğrencileri

DÜZCE FEN LİSESİ



**2012 YGS SINAVI
MATEMATİK BÖLÜMÜ SORU 37 İLE
ÇEMBER VE DAİRE KİTABIMDA
SAYFA 94 ÖĞRETEN SORU 82
BİREBİR SORUDUR.
GÜRAY KÜÇÜK**

ÖSYM 2012 (YGS)



Soru 37

OC//BD
|AB| = |BO|
|OC| = 12 cm

Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgenin alanı kaç cm² dir?

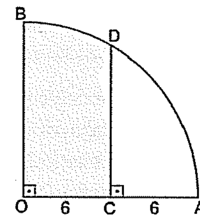
A) $4(3\pi + 4\sqrt{3})$ B) $6(\pi + 4\sqrt{3})$
C) $6(2\pi + 3\sqrt{3})$ D) $12(\pi + 2\sqrt{3})$
E) $12(2\pi + \sqrt{3})$

Yeni Sınav Sistemine Göre Hazırlanmıştır

Öğreten matematik Fasikülleri

ÇEMBER VE DAİRE

KONU ANLATIMLI



Sayfa 94

➢ Hücreleme Tekniği ile Anlatılmış 102 Bölüm
➢ Öğreten 103 Çözümlü Örnek
➢ Öğreten 102 Mini Test
➢ 34 Tarama Testi ve 950 Soru



Güray KÜÇÜK

Çözümler

ÖĞRETEN SORU – 82

O merkezli çeyrek dairede
[DC] ⊥ [OA]
|OC| = |AC| = 6 br
olduğuna göre
taralı alan
kaç br² dir?

Çözüm:

|OD| = 12 br ve |OC| = 6 br ise

$m(\widehat{DOC}) = 60^\circ$ ve $m(\widehat{DOB}) = 30^\circ$

O halde taralı bölgenin alanı

$\frac{30^\circ}{360^\circ}\cdot\pi r^2 + A(O\overset{\triangle}{C}D)$

$\Rightarrow \frac{1}{12}\cdot\pi\cdot 12^2 + \frac{6\cdot 6\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow 12\pi + 18\sqrt{3}$ br² bulunur.